

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



<https://fmo-journal.org/>

Скоролітня А.І., Житарюк І.В. Застосування проблемного підходу при вивченні ірраціональних рівнянь у старшій школі. Фізико-математична освіта. 2021. Випуск 4(30). С. 82-87.

Skorolitnia A., Jitariuk I. Application of the problem approach in teaching irrational equations in the high school. Physical and Mathematical Education. 2021. Issue 4(30). P. 82-87.

DOI 10.31110/2413-1571-2021-030-4-012
 УДК 37.022

А.І. Скоролітня

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна
 alinascorolitnya@gmail.com
 ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4142-0944>

І.В. Житарюк

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна
 i.jitariuk@chnu.edu.ua
 ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2154-6312>

ЗАСТОСУВАННЯ ПРОБЛЕМНОГО ПІДХОДУ ПРИ ВИВЧЕННІ ІРРАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У СТАРШІЙ ШКОЛІ

АНОТАЦІЯ

Розглянуто особливості застосування проблемного підходу у контексті введення і розв'язування ірраціональних рівнянь шляхом пошуку розв'язання проблемної ситуації, через формування регулятивних універсальних навчальних дій учнів старшої школи, що уможливить поліпшення розуміння матеріалу, який вивчається.

Формулювання проблеми. Аналіз поточної успішності учнів старшої школи та результатів зовнішнього незалежного оцінювання з математики свідчить про потребу змін у системі навчання математики, особливо старшої школи. Учні старшої школи втрачають інтерес до математики з огляду на незрозумілість застосування у майбутньому здобутих ними знань. Для успішної самореалізації особистості у сучасному глобалізованому суспільстві необхідно мати певні знання з математики, а за умови вибору майбутньої професії, пов'язаної з останньою, то потрібні ґрунтовніші знання у галузі математики з використанням інноваційних технологій навчання, які сприяють формуванню високого рівня практичних компетентностей. Застосуванню ж проблемного підходу, зокрема і при вивченні ірраціональних рівнянь і нерівностей, у старшій школі приділяють замало уваги, навіть у класах з поглибленим вивченням математики.

Матеріали і методи. Для досягнення мети пропонованої статті використано емпіричні методи, а саме: спостереження за навчальним процесом учнів старшої школи при їх навчанні у ЗЗСО та аналіз результатів їхніх досягнень як під час навчання, так і здачі ЗНО. Крім того, використано й методи наукового пізнання: порівняльний аналіз для з'ясування різних поглядів на проблему визначення напрямків дослідження; систематизація й узагальнення для власне формулювання висновків і вироблення рекомендацій; узагальнення педагогічного досвіду авторів і проведених ними спостережень.

Результати. Викладання математики у старшій школі потребує модифікації стандартних методик та підходів, а тому в роботі розкрито особливості застосування проблемного підходу при введенні поняття «ірраціональне рівняння» та розв'язування ірраціональних рівнянь з використанням міжпредметних зв'язків. Наголошується на тому, що проблемний підхід вимагає вміння проводити дослідження різних реальних ситуацій та знання теоретичного матеріалу.

Висновки. Використання проблемного підходу щодо викладання математики в старшій школі змінює спосіб учіння і викладання. Крім того, такий підхід забезпечує всебічний розвиток особистості й спрямовує учнів старшої школи на подальші розвідки в математиці. Запропоновані завдання будуть корисними як для учнів, так і вчителів ЗЗСО.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ірраціональне рівняння, проблемний підхід, проблемна ситуація, проблемне навчання, старша школа.

ВСТУП

Постановка проблеми. Сучасні глобалізаційні процеси спонукають педагогів закладів загальної середньої освіти (ЗЗСО) готувати творчо мислячу особистість, а не «машину», оснащену певним набором формул. Саме тому головним у навчанні учнів старшої школи є створення таких умов та організація відповідної діяльності, які б сприяли як інтелектуальному, так і духовному їх розвитку.

У зв'язку зі стрімким збільшенням обсягу наукової інформації, яку передбачено засвоїти учнями старшої школи, і необхідністю перебудови навчального процесу, педагоги-дослідники акцентують увагу на розробці питань, що стосуються проблемного навчання.

Щоб привчити учнів старших класів мислити самостійно, прищепити їм стабільну звичку розраховувати на власні сили і впевненість у їх необмежених можливостях, необхідно провести суб'єктів навчання через подолання певних труднощів, а не подавати матеріал у готовому вигляді.

У курсі математики старшої школи тема «Ірраціональні рівняння» є традиційною і її не можна вважати легко засвоюваною (Хохлова & Хома-Могильська, 2018). Її вивчення зосереджене у межах курсу 8-11 класів, що уможливило повноцінне врахування вікових можливостей учнів у формуванні певних умінь і навичок, але часу на вивчення теми відведено небагато. Зазначимо, що при викладі цієї теми реалізують низку загальних методичних особливостей, характерних для математики загалом.

З огляду на викладене набуває актуальності вдосконалення методичних прийомів щодо вивчення ірраціональних рівнянь із застосуванням проблемного підходу.

Аналіз актуальних досліджень. У підручниках ЗЗСО при вивченні квадратного кореня і його властивостей (8-9 класи) наведено ірраціональні рівняння виду $\sqrt{f(x)} = a$, де $f(x)$ – многочлен від x , a – деякі числа. Основні ж методи розв'язування ірраціональних рівнянь, розглянуто в підручниках 10-го класу (Бевз, 2018; Мерзляк, 2018; Нелін, 2018).

Аналіз поточної успішності з математики учнів старшої школи підтверджує, що рівень умінь і навичок учнів 10-го класу щодо розв'язування ірраціональних рівнянь є доволі низькими. Тому надзвичайно важливим для сучасного вчителя математики є пошук шляхів удосконалення методики вивчення таких рівнянь з актуалізацією на технологію проблемного підходу, чому й присвячено низку публікацій як вітчизняних, так і закордонних науковців, зокрема Акірі І.К. (Акірі, 2012), Бабанського Ю.К. (Бабанський, 2010), Базуєвої В.Д. (Базуєва, 2021), Ільїної Т.А. (Ільїна, 1976), Лоповок Л.М. (Лоповок, 1995), Махмуртова М.І. (Махмуртов, 1975), Павленко В.В. (Павленко, 2013), Швардак М.В. (Швардак, 2017) та ін.

Метою статті є обґрунтування практичного підходу застосування проблемного методу щодо вивчення ірраціональних рівнянь у старшій школі.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Становлення проблемного підходу на сучасному етапі навчання зумовлено дослідженнями С.Л. Рубінштейна щодо важливості проблемної ситуації в процесі мислення і його фазової структури. Зазначмо, що поняття «підхід», з одного боку, ще недостатньо точно визначено у вітчизняній науковій літературі, з іншого – широко використовується.

Застосування проблемного підходу у викладанні навчальних предметів припадає на початок 60-х і другу половину 70-х рр. ХХ ст. Цікавою є концепція Т.А. Ільїної, яка трактує проблемне навчання як підхід (Ільїна, 1976; Матюшкін, 2010).

На переконання Т.А. Ільїної: «Найголовніше в проблемному навчанні полягає в організаційній структурі процесу пізнавальної діяльності учня. При традиційному навчанні (так званому «пояснювально-ілюстративному») викладач транслює готові знання: пояснює новий матеріал, доводить висунуті положення, підкріплює їх ілюстративним матеріалом тощо» (Ільїна, 1976).

Т.А. Ільїна зазначає, що поняття «проблема» вживають у декількох значеннях: життєвому, науковому (проблема для дослідження), навчальному (проблема пізнана наукою, але є новою для суб'єкта навчання). Проблемною є не довільна задача, а лише та, що не має стандартного розв'язку і яку розв'язують не за схемою, алгоритмом або зразком, тобто є перш за все пошуковою. У навчанні – це пошукова навчально-пізнавальна задача, для розв'язання якої потрібні нові знання і в процесі розв'язування якої вони мають бути засвоєні. З іншого боку, не кожна проблема є задачею: проблема може існувати, але не вирішуватися. Задача – це словесне формулювання проблеми, прийнятої до вирішення; в свою чергу проблема, взята до вирішення, і є пошуковою навчально-пізнавальною задачею.

Щодо структури проблемного навчання, то, на думку Т.А. Ільїної, вона співвідноситься з етапами роботи суб'єктів навчання або етапами вирішення проблеми в проблемній ситуації, розглянутими ще Дж. Дьюї і С.Л. Рубінштейном. Т.А. Ільїна виокремлює шість етапів вирішення проблеми в проблемній ситуації: формулювання проблеми, аналіз умов і виокремлення відомого від невідомого, висунування гіпотези, розробка плану розв'язання, реалізація плану, перевірка результатів.

В контексті розгляду етапів дослідницької діяльності суб'єкта навчання Т.А. Ільїна акцентує увагу на важливості ролі викладача в цьому процесі, зазначаючи, що «Хоча найвища форма проблемного навчання здійснюється за максимальної самостійності учня, це у жодному разі не означає, що викладач залишається осторонь. Від нього при цьому потрібно: знайти проблему і створити проблемну ситуацію; знати або знайти найефективніший спосіб її вирішення; керувати етапами розгляду проблеми; уточнити її формулювання; допомогти суб'єктові навчання проаналізувати умови і виробити план розв'язання; консультувати його в процесі вирішення; допомогти в знаходженні способів самоконтролю; розібрати помилки з тими, хто їх допустив; організувати колективне обговорення проблеми» (Павленко, 2013).

Дискусійне питання про те, чи є проблемне навчання підходом, методом, системою навчання, на нашу думку, має вирішуватися: *по-перше*, в контексті цільової концепції освіти; *по-друге*, на основі врахування потреб суспільного розвитку; *по-третє*, в світлі можливостей теорії і конкретної методики проблемного навчання. Це означає, що проблемне навчання в часі і просторі може бути підходом, методом, системою навчання, при цьому повернення до парадигми «підходу» свідчить не про регрес, а лише про етап становлення теорії проблемного навчання – про новий підхід розвитку об'єкта в глобалізаційному просторі.

У контексті сучасної педагогіки проблемне навчання розглядають як педагогічну технологію (Швардак, 2017), суть якої полягає в тому, що суб'єктів навчання необхідно «пропустити» через такі етапи наукової творчості:

- 1) постановка проблеми;
- 2) пошук розв'язання;
- 3) результат розв'язання;

4) презентація результату.

При цьому суб'єкт навчання формує навчальну проблему і відкриває нове знання, виражаючи його в простих висловлюваннях. Така технологія проблемного навчання дозволяє замінити урок пояснення нового матеріалу уроком відкриття нових знань.

У XXI ст. у ЗЗСО України існування проблемного навчання стало об'єктивною реальністю, як однією з альтернативних традиційному. Адже саме проблемне навчання сприяє прискореному та випереджувальному розвитку освіти і науки, інтелектуальних, фізичних, моральних та інших можливостей для самореалізації особистості. Використання елементів такого навчання є необхідним для організації пізнавальної самостійності суб'єктів навчання, яке у свою чергу позитивно впливає на засвоєння нових знань та вмінь. В його основі лежить особистісно-діяльнісний підхід до організації процесу навчання.

Отже, проблемний підхід передбачає готовність суб'єктів навчання до використання вже засвоєних елементів знань для розв'язання проблемної задачі. Звідси постає завдання їх підготовки до компетентного розв'язання проблеми. Оскільки вирішення проблем потребує міркувань, то суб'єкти навчання беруть активну участь у зборі фактів; у них формуються різні вміння, виробляється система оцінок і здатність вибору найімовірнішого розв'язання. Тобто такий підхід стимулює суб'єктів навчання до подальшого дослідження, розвиває навчальні вміння і звичку до творчого стилю роботи.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Емпіричні методи, а саме: спостереження за навчальним процесом учнів старшої школи при їх навчанні у ЗЗСО та аналіз результатів їхніх досягнень як під час навчання, так і здачі ЗНО. Методи наукового пізнання: порівняльний аналіз для з'ясування різних поглядів на проблему і щодо визначення напрямків дослідження; систематизація та узагальнення для власне формулювання висновків і рекомендацій; узагальнення педагогічного досвіду авторів, проведених ними спостережень та педагогічного досвіду провідних вчителів і науковців.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сучасному вчителю математики в ЗЗСО дуже важко зацікавити учнів своїм предметом, тому що математику вважають складною, нудною, нецікавою і не кожному учневі вона зрозуміла. Не зрозуміла учням і сама суть вивчення математики. А тому перед вчителем постає задача пояснити важливість цього предмета. Якщо завдання кожного ЗЗСО виховати всебічно розвинену особистість, яка, вийшовши із ЗЗСО з атестатом «у кишені», здатна буде знайти своє місце в житті, конкурувати на ринку праці, то головним завданням вчителя математики є навчити цю особистість мислити, вміти знайти раціональне розв'язання різних життєвих завдань. Отже, мотивація учнів до вивчення математики є однією з найважливіших задач вчителя математики. Кожен урок потрібно ретельно планувати, а кожен етап уроку зробити цікавим не лише тим учням, які мають математичний склад розуму, але й тим, для яких математика є складною наукою. На уроках доцільно використовувати різні технології навчання, серед яких пріоритетною є технологія проблемного навчання. Чому саме проблемний підхід в навчанні математики? Вивчаючи поведінку учнів тривалий час на уроках математики, ми зробили висновок, що коли на уроці розіграна проблемна ситуація, то учні з інтересом намагаються знайти з неї вихід, розкривають свій потенціал.

Проте, постійне використання на уроках математики проблемного підходу потребує великих затрат часу і значної попередньої роботи вчителя при його підготовці. Керованість процесом навчання при цьому підході нижча, ніж при традиційному. Отже, необхідно розумне поєднання цього підходу з готовим викладом матеріалу і репродуктивним методом.

В учнів, які по-різному ставляться до математики, проблемний підхід розвиває інтерес до предмета, що проявляється при виконанні завдання «знайди помилку». Більшість з них намагаються знайти цю помилку першими. Проблемний підхід у навчанні математики сприяє розвитку розумової діяльності учнів, а тому потрібно навчити учнів здобувати знання не тільки від учителя, а й самостійно.

Зазначимо, що проблемний підхід щодо формування нових знань доцільний при введенні математичних понять, вивченні нових математичних тверджень, розв'язуванні задач.

Сьогодні актуальним є створення проблемної ситуації в навчальній діяльності на уроках математики за допомогою задач, пов'язаних з довкіллям.

Учням варто пропонувати виконати таке завдання, для розв'язання якого вони не мають достатньо знань, потрібно ще про щось нове дізнатися, вивчити. Такі завдання стимулюють пізнавальну діяльність, учні розуміють, що виконати його можна лише після певної теоретичної підготовки. Протириччя між теоретичними знаннями і практичною діяльністю зумовлюють проблемну ситуацію, а в підсумку, активізують пізнавальну діяльність.

ОБГОВОРЕННЯ

Викладене вище проілюструємо на вивченні теми «Ірраціональні рівняння». Розглянемо задачу, у процесі розв'язання якої з'являється новий тип рівнянь, який досі не розглядався.

На початку вивчення теми «Ірраціональні рівняння» можна розглянути таку **задачу 1** (Акірі, 2012): У фермера є дві ділянки квадратної форми для вирощування зернових культур. Площа однієї з них на 2,25 га менша іншої. Знайдіть площу кожної ділянки, якщо відомо, що загальна довжина огорожі дорівнює 1800 м.

Нехай x м² – площа першої ділянки, тоді $x-22500$ м² – площа другої ділянки. Учні, застосувавши формули для обчислення площі $S=a^2$ та периметра квадрата $P=4a$, де a – сторона квадрата, отримують рівняння

$$4\sqrt{x}+4\sqrt{x-22500}=1800,$$

яке називають *ірраціональним*.

Також, вивчення ірраціональних рівнянь можна розпочати із розв'язування наступної геометричної **задачі 2**:

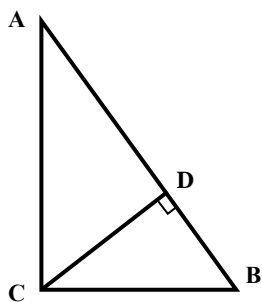


Рис. 1

У прямокутному трикутнику ACB проведено висоту CD, яка ділить гіпотенузу AB на відрізки AD=5 см і DB=2 см. Відомо, що сума довжин сторін AC і CB дорівнює 9 см. Знайти CD.

За теоремою Піфагора з трикутників CDA і CDB (див. рис. 1) знайдемо $AC^2=CD^2+AD^2$, $CB^2=CD^2+DB^2$.

Нехай довжина відрізка CD дорівнює x см. Тоді $AC^2=x^2+5^2$, $CB^2=x^2+2^2$.

За умовою $AC+CB=9$. Отже, отримаємо рівняння $\sqrt{x^2+25}+\sqrt{x^2+4}=9$.

Перед учнями виникла проблема розв'язування рівняння, в якому невідоме міститься під знаком кореня. Учитель повідомляє, що таке рівняння називають *іраціональним*, і пропонує сформулювати означення іраціонального рівняння.

Учні формують означення. Тоді вчитель пояснює способи розв'язування іраціональних рівнянь.

У підручниках 10-го класу (рівня стандарт) (Мерзляк, 2018; Нелін, 2018) наведено таке означення іраціонального рівняння:

Означення. Рівняння, у яких змінна міститься під знаком кореня, називають *іраціональними*.

Зауваження. Варто зазначити, що таке означення можна давати, якщо ще не введено поняття трансцендентних функцій (функцій, які не є алгебраїчними). Елементарними трансцендентними функціями є показникова, логарифмічна та тригонометрична функції. Ці види функцій вивчають після введення поняття іраціональності, бо тоді як трактувати рівняння $\sin\sqrt{x^2-3}=1$.

Розв'яжемо отримане вище рівняння: $\sqrt{x^2+25}+\sqrt{x^2+4}=9$.

Розв'язання. Перенесемо вираз $\sqrt{x^2+4}$ у праву частину рівняння та піднесемо обидві частини до квадрату, в результаті отримаємо

$$\begin{aligned} x^2+25 &= 81-18\sqrt{x^2+4}+x^2+4; \\ 18\sqrt{x^2+4} &= 60; \\ \sqrt{x^2+4} &= \frac{10}{3}; \\ x^2+4 &= \frac{100}{9}; \\ x^2 &= \frac{64}{9}; \\ x &= \pm\frac{8}{3}. \end{aligned}$$

$x = -\frac{8}{3}$ – не задовольняє умову задачі, оскільки довжина відрізка не може бути від'ємною.

Отже, $CD = \frac{8}{3}$.

Розглянемо наступне рівняння: $\sqrt{x-5} = \sqrt{x} - \sqrt{5}$. Чи є ця рівність завжди правильною, іноді чи ніколи не є правильною? (Swan, 2015).

Розв'язання. У цьому завданні вважатимемо, що підкореневий вираз набуває лише невід'ємних значень. Важливо, щоб учні зрозуміли проблемну ситуацію і витратили певний час на роздуми над тим, що необхідно знати для розв'язання поставленого завдання. Якщо учні приступають до розв'язування задачі, то вчитель повинен заохотити їх вибрати значення, яке потрібно підставити в рівняння.

При розв'язуванні потрібно акцентувати увагу на наступних запитаннях:

- 1) Визначити значення для x , яке робить твердження неправильним. А тепер визнач ще ...
- 2) Чи можете визначити значення для x , яке робить твердження правильним? [$x=5$]
- 3) Чи можете визначити ще одне значення? [Ні]
- 4) Як дізнатися, що їх більше немає?

Таким чином, ми можемо знайти багато значень для x , які роблять твердження хибним, і одне значення, за якого воно є істинним. Отже, чи є ця рівність завжди правильною, іноді чи ніколи не є правильною? [Іноді правильною]

Для того щоб дати відповідь на те, чи є правильною рівність, можна також розглянути наступне рівняння:

$$\sqrt{x} - \sqrt{5} = \sqrt{x-5} \tag{1}$$

Піднесемо до квадрату ліву частину рівняння (1), отримаємо

$$(\sqrt{x} - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{5})(\sqrt{x} - \sqrt{5}) = x - 2\sqrt{x}\sqrt{5} + 5.$$

Піднесемо до квадрату праву частину рівняння (1), в результаті матимемо

$$(\sqrt{x-5})^2 = x-5.$$

Отже, вирази будуть рівними, якщо

$$\begin{aligned} x-5 &= x-2\sqrt{x}\sqrt{5}+5; \\ 2\sqrt{x}\sqrt{5} &= 10; \\ \sqrt{x}\sqrt{5} &= 5; \\ x &= 5. \end{aligned}$$

Важливо, щоб учні зрозуміли, що $x=5$ є розв'язком піднесеного до квадрату рівняння $\sqrt{x} - \sqrt{5} = \sqrt{x-5}$. Адже піднесення до квадрату обох сторін початкового рівняння може призвести до появи сторонніх коренів. Отже, зазвичай потрібно було б перевірити, чи $x=5$ задовольняє вихідне рівняння, але насправді в цьому ми переконалися ще на початку.

Таким чином, виклад матеріалу пов'язаний з ірраціональними рівняннями, представлено у вигляді пошуку розв'язання проблемної ситуації, аналізуючи яку, суб'єкти навчання висувають гіпотези для її пояснення, застосовують свої знання, досліджують можливості та способи її розв'язання.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Підсумовуючи, зазначимо, що ірраціональні рівняння потребують уміння проводити дослідження різних реальних ситуацій та знань теоретичного матеріалу. На нашу думку, саме проблемний підхід є актуальним при вивченні даної теми, адже він стимулює учнів до подальшого дослідження, розвиває навчальні вміння та звичку до творчого стилю роботи.

Крім того, застосування проблемних ситуацій на уроках математики формує регулятивні універсальні навчальні дії, що забезпечують уміння розв'язувати проблеми, водночас відбувається формування й інших універсальних навчальних дій – комунікативних, пізнавальних.

Подальше вивчення ірраціональних рівнянь і нерівностей повинно відбуватися на факультативних заняттях у ЗЗСО і при вивченні курсу «Методика викладання математики» у ЗВО для формування навичок застосування проблемного підходу при дослідженні доквілля.

Список використаних джерел

1. Бабанский Ю.К. Проблемное обучение школьников как средство повышения эффективности обучения. Ростов на-Дону, 2010. 180 с.
2. Базиуева В.Д. Технология проблемного обучения в преподавании математики. URL: <https://globuss24.ru/doc/proekt-tehnologiya-problemnogo-obucheniya-v-prepodavanii-matematiki> (дата звернення: 30.07.2021)
3. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підручник для 10 класів закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.
4. Белешко Д.Т. Розв'язуємо ірраціональні рівняння та нерівності. Навчальний посібник. Тернопіль: Навчальна книга Богдан, 2012. 80 с.
5. Ильина Т.А. Проблемное обучение понятие и содержание. *Вестник высшей школы*. 1976. № 2. С. 39–48.
6. Ион Акири, Валентин Гарит, Петру Ефрос, Николае Продан. Математика. Учебник для X класса. Chisinau: Editura Prut International, 2012. 282 с.
7. Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике: Кн. для учащихся. Москва: Просвещение, 1995. 239 с.
8. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. Москва: Просвещение, 1977. 240 с.
9. Махмутов М.И. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. Москва: Педагогика, 1975. 368 с.
10. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 класів закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 256 с.
11. Нелін Є.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підручник для 10 класів закл. загал. серед. освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 328 с.
12. Павленко В.В. Проблемне навчання: становлення, сутність, перспективи. *Цілі та результати освітніх реформ: українсько-польський діалог*: матер. Міжнар. наук.-практ. конф., 15-16 травня 2013 р., м. Київ / М-во освіти і науки України, Нац. акад. пед. наук України, Вища пед. школа Спільки польських вчителів (м. Варшава, Республіка Польща), Київ. ун-т ім. Б. Грінченка; за заг. ред. Огнев'юка В.О. [редкол.: В.О. Огнев'юк, Л.Л. Хоружа, С.О. Сисоєва, Т. Левовицький, Е. Хофман]. Київ: Ун-т Б. Грінченка, 2013. С. 126–134.
13. Проблемное обучение: прошлое, настоящее, будущее: Коллективная монография: в 3 кн. / Под ред. Е.В.Ковалевской. Книга 1. Лингво-педагогические категории проблемного обучения / Матюшкин А.М. и др.; Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гуманит. ун-та, 2010. С. 26–40.
14. Хохлова Л.Г., Хома-Могильська С.Г. Ирраціональні рівняння і нерівності: Навчальний посібник. Тернопіль: Тайп, 2018. 72 с.
15. Швардак М.В. Проблемне навчання в умовах сучасної школи. *Фізико-математична освіта: науковий журнал*. 2017. Випуск 1(11). С. 124–127.
16. Malcolm Swan, Nichola Clarke, Clare Dawson, Sheila Evans, Colin Foster, Marie Joubert, Hugh Burkhardt, Rita Crust, Andy Noyes, Daniel Pead. Mathematics Assessment Project. 2015. URL: <https://www.map.mathshell.org/download.php?fileid=1714> (дата звернення: 02.08.2021)

References

1. Babanskij, Ju.K. (2010). Problemnoe obuchenie shkol'nikov kak sredstvo povysheniya jeffektivnosti obuchenija. [Problematic teaching of schoolchildren as a mean of increasing the effectiveness of teaching]. Rostov-na-Donu [in Russian].
2. Bazueva, V.D Tehnologija problemnogo obuchenija v prepodavanii matematiki. [Problem-based learning technology in teaching mathematics]. Retrieved from <https://globuss24.ru/doc/proekt-tehnologiya-problemnogo-obucheniya-v-prepodavanii-matematiki> [in Russian].
3. Bevez, H.P. & Bevez, V.H. (2018). Matematyka: Alhebra i pochatky analizu ta heometriia. Riven standartu: pidruchnyk dlia 10 klasiv zakladiv zahalnoi serednoi osvity. [Mathematics: Algebra and the beginnings of analysis and geometry. Standard level: a textbook for 10 classes of general secondary education institutions]. Kyiv: Vydavnychiy dim «Osvita» [in Ukrainian].
4. Beleshko, D.T. (2012). Rozviazuiemo irratsionalni rivniannia ta nerivnosti. Navchalnyi posibnyk [Solve irrational equations and inequalities.Tutorial]. Ternopil: Navchalna knyha Bohdan [in Ukrainian].
5. Il'ina, T.A. (1976). Problemnoe obuchenie ponjatie i sodержanie [Problem learning concept and content]. *Bulletin of the higher school*, 2, 39–48 [in Russian].
6. Ion Akiri, Valentin Garit, Petru Efros & Nikolae Prodan (2012). Matematika. Uchebnik dlja X klasa [Mathematics. Textbook for the X class]. Chisinau: Editura Prut International [in Russian].

7. Lopovok, L.M. (1995). Tysyacha problemnykh zadach po matematike: Kn. dlja uchashhihsja [A thousand problematic problems in mathematics: Book for students]. Moskva: Prosveshhenie [in Russian].
8. Mahmutov, M.I. (1977). Organizacija problemnogo obuchenija v shkole [Organization of problem-based learning at school]. Moskva: Prosveshhenie [in Russian].
9. Mahmutov, M.I. (1975). Problemnoe obuchenie. Osnovnye voprosy teorii [Problem learning. Basic questions of theory]. Moskva: Pedagogika [in Russian].
10. Merzliak, A.H., Nomirovskiy, D.A., Polonskiy, V.B. & Yakir, M.S. (2018). Matematyka: alhebra i pochatky analizu ta heometriia, riven standartu: pidruchnyk dlja 10 klasiv zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Mathematics: algebra and the beginnings of analysis and geometry, the level of the standard: a textbook for 10 classes of general secondary education]. Kharkiv: Himnaziia [in Ukrainian].
11. Nelin, Ye.P. (2018). Matematyka (alhebra i pochatky analizu ta heometriia, riven standartu): pidruchnyk dlja 10 klasiv zakl. zahal. sered. osvity [Mathematics: algebra and the beginnings of analysis and geometry, the level of the standard: a textbook for 10 classes of general secondary education]. Kharkiv: Vyd-vo «Ranok» [in Ukrainian].
12. Pavlenko, V.V. (2013). Problemne navchannia: stanovlennia, sutnist, perspektyvy [Problem-based learning: formation, essence, prospects]. Tsili ta rezultaty osvity reform: ukrainsko-polskyi dialoh: mater. Mizhnar. nauk.-prakt. Konf. – Goals and results of educational reforms: Ukrainian-Polish dialogue: materials of the International scientific-practical conference. (pp.123-134). Kyiv: Un-t B. Hrinchenka [in Ukrainian].
13. Matjushkin, A.M. et al (2010). Problemnoe obuchenie: proshloe, nastojashhee, budushhee: Kollektivnaja monografija: v 3 kn. [Problematic learning: past, present, future: Collective monograph: in 3 books]. Kniga 1. Linguo-pedagogicheskie kategorii problemnogo obuchenija – Book 1. Linguo-pedagogical categories of problem learning. Nizhnevartovsk: Izd-vo Nizhnevart. gumanit. un-ta [in Russian].
14. Khokhlova, L.H. & Khoma-Mohylska, S.H.(2018). Irratsionalni rivniannia i nerivnosti: Navchalnyi posibnyk [Irrational equations and inequalities: A textbook]. Ternopil: Taip [in Ukrainian].
15. Shvardak, M.V. (2017). Problemne navchannia v umovakh suchasnoi shkoly [Problem-based learning in today school]. *Physical and Mathematical Education: scientific journal*, 1(11), 124–127. [in Ukrainian].
16. Malcolm Swan, Nichola Clarke, Clare Dawson, Sheila Evans, Colin Foster, Marie Joubert, Hugh Burkhardt, Rita Crust, Andy Noyes, Daniel Pead. (2015). Mathematics Assessment Project. URL: <https://www.map.mathshell.org/download.php?fileid=1714>

APPLICATION OF THE PROBLEM APPROACH IN TEACHING IRRATIONAL EQUATIONS IN THE HIGH SCHOOL

Alina Skorolitnia, Ivan Jitariuk

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Ukraine

Abstract. *The peculiarities of applying the problem approach in the context being implemented are considered, and the irrational equations of search for solutions to the problem situation, by forming regulatory universal learning actions of high school students, which can improve understanding of the material they saw.*

Formulation of the problem. *Analysis of the current performance of high school students and the results of external independent assessment in mathematics indicates the need for changes in the system of teaching mathematics, especially high school. High school students are losing interest in mathematics due to the lack of understanding of the application of their future knowledge. Successful self-realization in a modern globalized society requires certain knowledge of mathematics, and if you choose a future profession related to the latter, you need more thorough knowledge in mathematics using innovative learning technologies that contribute to the formation of a high level of practical competencies. The application of the problem approach, in particular in the study of irrational equations and inequalities, in high school is given little attention, even in classes with in-depth study of mathematics.*

Materials and methods. *To achieve the goal of the proposed article, empirical methods were used, namely: observation of the educational process of high school students during their studies in general secondary education institutions and analysis of the results of their achievements both during training and passing the external evaluation. In addition, the methods of scientific cognition were used: comparative analysis to clarify different views on the problem of determining the directions of research; systematization and generalization for the actual formulation of conclusions and development of recommendations; generalization of the pedagogical experience of the authors and their observations.*

Results. *Teaching mathematics in high school requires modification of standard methods and approaches, and therefore the paper reveals the features of the problem approach in introducing the concept of "irrational equation" and solving irrational equations using interdisciplinary links. It is emphasized that the problem approach requires the ability to conduct research on various real situations and knowledge of theoretical material.*

Conclusions. *Using a problem-based approach to teaching math in high school changes the way we study and teach. In addition, this approach ensures the comprehensive development of personality and directs high school students to further research in mathematics. The proposed tasks will be useful for both students and teachers of general secondary education institutions.*

Key words and phrases: *irrational equation, problem approach, problem situation, problem learning, high school.*

