

## УСТАНОВКА ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ТА ГАЛЬМІВНОЇ ДІЇ ВИХРОВИХ СТРУМІВ

Андрій РИБАЛКО ✉

Національний університет водного господарства  
та природокористування, Україна  
a.v.rybalko@nuwm.edu.ua  
<https://orcid.org/0000-0003-1744-8488>

## INSTALLATION FOR ORGANIZING EDUCATIONAL RESEARCH ON MECHANICAL OSCILLATIONS AND THE BRAKING EFFECT OF EDDY CURRENTS

Andrii RYBALKO ✉

National University of Water  
and Environmental Engineering, Ukraine  
a.v.rybalko@nuwm.edu.ua  
<https://orcid.org/0000-0003-1744-8488>

### АНОТАЦІЯ

**Формулювання проблеми.** Навчальний експеримент відіграє значну роль у навчанні фізики. Він не лише сприяє більш глибокому засвоєнню фізичних знань, а й розвиває навички технічної і математичної грамотності, що особливо важливо для студентів інженерних спеціальностей. Тому організація навчальних експериментальних досліджень потребує постійного удосконалення як матеріальних, так методичних засобів їх практичного впровадження. У цій статті представлено установку, що дозволяє організувати навчальні експериментальні дослідження механічних коливань фізичного маятника та гальмівної дії вихрових струмів.

**Матеріали і методи.** У дослідженні були застосовані як теоретичні, так і емпіричні методи. Зокрема, проведено аналіз наукових публікацій, у яких розглянуто навчальні дослідні установки для вивчення згасання коливань та гальмівної дії вихрових струмів у різних механічних системах. Також теоретично обґрунтовано математичну залежність величини гальмівної сили, що діє на рухоми провідну пластину в магнітному полі електромагніту, від низки певних параметрів. Здійснено експериментальні перевірки теоретичних розрахунків. З метою практичного впровадження результатів авторського дослідження проведено педагогічні спостереження діяльності студентів під час апробації запропонованої установки у навчальному процесі.

**Результати.** Виготовлено та практично апробовано установку для графічного запису коливань фізичного маятника і гальмівної дії вихрових струмів. Отримані результати підтвердили теоретичні розрахунки залежності гальмівної сили, яка діє на рухоми провідну пластину в магнітному полі, від квадрату сили струму в електромагніті, що створює це поле. Проілюстровано варіант результатів навчального експерименту та розроблено методичні рекомендації до можливих напрямків навчальних досліджень як на лабораторних заняттях, так і під час самостійних досліджень студентів (учнів) під керівництвом викладача.

**Висновки.** Запропонована установка та рекомендації до її застосування можуть бути ефективним дидактичним засобом у навчанні розділів «Електромагнетизм», «Коливання». Її можна використовувати як у якості демонстраційного експерименту, так і у навчальних дослідженнях різних форматів (лабораторні роботи, довготривалі студентські дослідження, дослідження учнів у конкурсі захисту МАН, підготовка навчальних проєктів тощо).

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** навчання фізики; навчальні дослідження; механічні коливання; згасання коливань; гальмівна дія струмів Фуко.

**ДЛЯ ЦИТУВАННЯ:** Рибалко А. Установка для організації навчальних досліджень механічних коливань та гальмівної дії вихрових струмів. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 3. С. 25-31. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-04>.

### ABSTRACT

**Formulation of the problem.** Educational experiments play a significant role in learning physics. They not only contribute to a deeper understanding of physical knowledge but also develop technical and mathematical literacy skills, which are especially important for engineering students. Therefore, organizing educational experimental research requires constant improvement in both material and methodological tools for their practical implementation. This article presents an installation that allows for organizing educational experimental research on mechanical oscillations of a physical pendulum and the braking effect of eddy currents.

**Materials and methods.** Both theoretical and empirical methods were applied in the research. Specifically, an analysis of scientific publications was conducted, which reviewed educational experimental setups for studying oscillation damping and the braking effect of eddy currents in various mechanical systems. Additionally, the mathematical dependence of the braking force acting on a moving conductive plate in the magnetic field of an electromagnet on certain parameters was theoretically substantiated. Experimental verification of the theoretical calculations was performed. To practically implement the results of the author's research, pedagogical observations of student activities were carried out during the testing of the proposed setup in the educational process.

**Results.** A setup for graphically recording the oscillations of a physical pendulum and the braking effect of eddy currents was developed and practically tested. The obtained results confirmed the theoretical calculations of the dependence of the braking force acting on the moving conductive plate in the magnetic field on the square of the current strength in the electromagnet creating the field. An example of the results of an educational experiment was illustrated, and methodological recommendations were developed for possible directions of educational research in laboratory classes as well as during independent studies conducted by students (or pupils) under the guidance of an instructor.

**Conclusion.** The proposed setup and recommendations for its application can be an effective didactic tool for teaching the sections "Electromagnetism" and "Oscillations." It can be used both as a demonstration experiment and in educational research of various formats (laboratory work, long-term student research, pupil research for the Junior Academy of Sciences competition, preparation of educational projects, etc.).

**KEYWORDS:** physics education; educational research; mechanical oscillations; oscillation damping; braking effect of eddy currents.

**FOR CITATION:** Rybalko, A. (2025). Installation for Organizing Educational Research on Mechanical Oscillations and the Braking Effect of Eddy Currents. *Physical and Mathematical Education*, 40(3), 25-31. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i3-04>.

## ВСТУП

**Постановка проблеми.** У курсі навчання фізики студентів технічних спеціальностей вивчається розділи «Електромагнетизм» та «Коливання і хвилі». Важливість цих розділів продиктована не лише формуванням професійних компетентностей майбутніх інженерів будівельних, механічних, машинобудівельних та інших спеціальностей, безпосередньо пов'язаних із механічним устаткуванням, а й забезпеченням передумов до ефективного засвоєння розділу «Електромагнітні коливання та хвилі», що важливо для спеціалістів у сфері зв'язку, комп'ютерних технологій, електротехніки, геодезії тощо. Перевага явищ механічних коливань, як і усіх інших механічних явищ, полягає у їх безпосередній наочності, що дозволяє студентам (учням) краще усвідомлювати та засвоювати навчальний матеріал (спрацьовує дидактичний принцип *наочності* навчання). Окрім цього, за певних умов конструкції механічної коливальної системи, що повністю або частково коливається в магнітному чи електричному полі, можна досліджувати силові характеристики цих полів. Наприклад, у багатьох ВНЗ практикується загальновідома лабораторна робота, де коливається провідник зі струмом як елемент фізичного маятника у магнітному полі. У цій роботі студенти досліджують дію магнітного поля на провідник зі струмом та визначають індукцію поля. Інша лабораторна робота ґрунтується на коливаннях невеликої магнітної стрілки у магнітному полі довгого соленоїда, що дозволяє визначити індукцію цього поля. Автором була розроблена навчально-дослідницька установка для дослідження коливань електрично зарядженої кульки нитяного маятника в електричному полі. Проте огляд публікацій свідчить про незначну кількість пропонуємих навчальних досліджень, пов'язаних із гальмівною дією вихрових струмів на механічну коливальну систему.

Отже, розроблення інноваційних технічних засобів візуалізації та дослідження перебігу явища механічних коливань є **актуальними** у навчанні фізики. (Kurniawan et al., 2024). Якщо ці коливання відбуваються ще й у магнітному полі, яке здатне впливати на їх перебіг, то створюються передумови реалізації дидактичного принципу *систематичності та послідовності* навчання.

**Аналіз актуальних досліджень.** Ідея організації навчальних досліджень тієї чи іншої механічної коливальної системи нерідко реалізується фахівцями у навчанні фізики. При цьому пропонується широкий спектр різних видів таких систем для вивчення природи згасання коливань. Наприклад, можна запропонувати студентам (учням) дослідити особливості згасання коливань рідини в U-подібній трубці в залежності від умов змочування (Dollet et al., 2020). Або досліджувати згасаючі механічні коливання на основі програми Phyphox на Android, причому сам телефон використовувати у якості підвісу до нитяного маятника. А також згасання електромагнітних коливань за допомогою датчика Хола, керованого Arduino (Csernovszky et al., 2024). Для гасіння коливань маятника можна навіть використати вертикальний струмінь повітря (Hasan et al., 2023). Досить привабливою при організації STEM досліджень є оригінальна модель хмарочоса для вивчення гасіння коливань будівлі інерційним демпфером (Thy et al., 2023) тощо.

Навчальні дослідження гальмівної дії вихрових струмів Фуко теж широко застосовуються у навчанні фізики. Прикладом нескладної експериментальної установки є провідна неферромагнітна похила площина, по якій рухається постійний магніт (Molina-Bolívar, et al 2012). Привертають особливу увагу магнітно-маятникові установки для вивчення генерації вихрових струмів. При чому сам маятник може мати різноманітну конструкцію. Досить оригінальною є ідея нитяного маятника із квадратних алюмінієвих пластинок, розділених тонким шаром діелектрика, спресованих у куб (Sakaki et al., 2005).

І. Чернецький розробив методику дослідження вихрових струмів за допомогою згасаючих коливань маятника у магнітному полі. Відеозапис коливань маятника пропонується опрацювати програмою Tracker (Чернецький, 2018). Оскільки робота з програмою Tracker є довготривалою, то реалізація вказаних навчальних досліджень ефективна у форматі STEM або МАН під керівництвом викладача.

**Мета статті.** Презентація навчально-дослідницька установка для вивчення механічних коливань фізичного маятника шляхом їх графічного запису та дослідження магнітного гальмування внаслідок циркуляції струмів Фуко у провідній пластинці, прикріпленій до маятника.

## ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Ідея механічного запису коливань маятника на стрічці, що рухається рівномірно, не є новою й висвітлена в багатьох методичних посібниках, підручниках та електронних ресурсах (рис. 1). Здебільшого пропонується використання маятника з воронкою, з якої сиплеться легка сипуча речовина, наприклад, сухий пісок.

Для дослідження згасаючих коливань застосовується метод магнітного гальмування алюмінієвої пластинки, що рухається між полюсами магніту (рис. 2).

Щоб краще з'ясувати суть магнітного гальмування, розглянемо класичну модель руху тонкого неферромагнітного провідника в постійному магнітному полі по паралельним направляючим, що утворюють з нерухомою перегородкою замкнений контур (рис. 3). Збільшення площі контура призводить до виникнення ЕРС індукції  $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{B\ell dx}{dt} = -B\ell v$ , яка створює індукційний струм силою  $I_{\text{ін}} = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{B\ell v}{R}$ . Тоді на рухомий провідник зі струмом діє сила Ампера  $F_A = BI_{\text{ін}}\ell$ , яка є гальмівною для рухомого провідника (сила, що рухає провідник вперед на рис. 3 не вказана). Із попередніх рівнянь слідує, що

$$\vec{F}_A = -\frac{B^2\ell^2}{R}\vec{v}. \quad (1)$$

Отже, у розглянутій моделі гальмівна сила прямо пропорційна швидкості руху провідника. Проте цю модель не слід вважати аналогом руху суцільного провідника у магнітному полі, оскільки тут зміна магнітного потоку  $d\Phi$  крізь контур

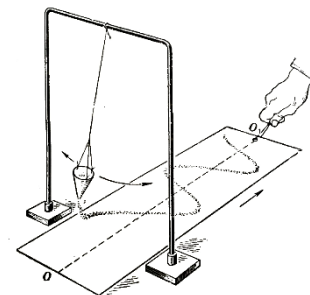


Рис. 1. Запис механічних коливань  
Джерело: Гончаренко, 1995.

відбувається за рахунок зміни його площі на  $dS$  (рис. 3). А при русі провідної пластинки магнітний потік крізь поверхню, охоплену лініями вихрових струмів, змінюється за рахунок неоднорідності індукції магнітного поля біля країв його області (рис. 2 і 4).

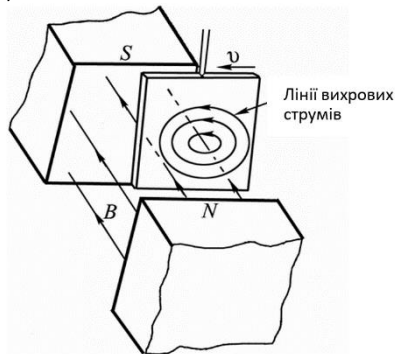


Рис. 2. Вихрові струми у рухомій провідній пластинці

Джерело: <https://studfile.net/preview/4251486/page/3/>  
доповнено автором.

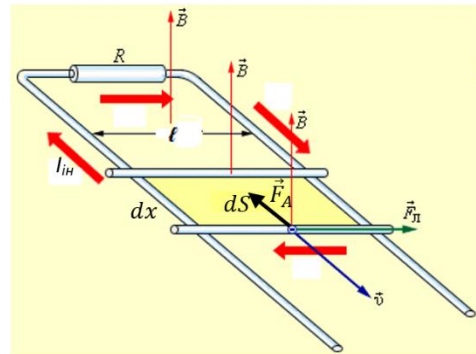


Рис. 3. Рух неферромагнітного провідника у магнітному полі вздовж направляючих замкнутого контуру з опором R

Джерело: <https://disted.edu.vn.ua/courses/learn/396>, доповнено автором.

Теорія розрахунку сили магнітного гальмування руху суцільного провідника у магнітному полі є досить складною (див. Здешиц та ін., 2015) і потребує окремого дослідження у кожному конкретному випадку.

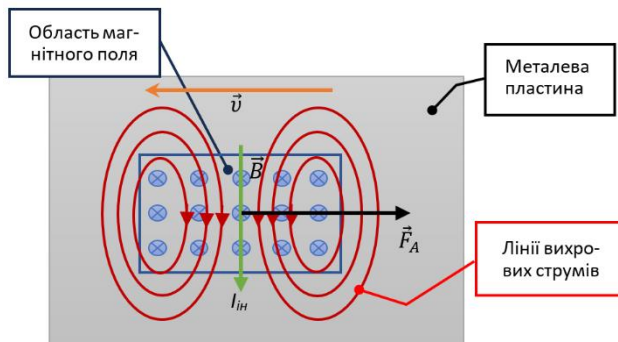


Рис. 4. Виникнення вихрових струмів  $I_{in}$  у рухомій пластинці на межах області магнітного поля.  $\vec{v}$  – швидкість руху пластинки,  $\vec{B}$  – індукція магнітного поля

Джерело: авторський рисунок.

Можливий хід розв'язування. Зрозуміло, що шукана сила повинна залежати від індукції магнітного поля  $B$ , швидкості руху пластинки  $v$ , питомого опору речовини пластинки  $\rho$  (від  $\rho$  залежить густина вихрових струмів) та від розмірів активної частини пластинки. У свою чергу розміри активної частини визначаються площею  $S$ , охопленою лініями вихрових струмів (рис. 4). Окрім цього за певної площі поверхні сила вихрових струмів, породжених  $\epsilon_i$ , залежить від товщини пластинки  $h$  – чим товща пластинка, тим більша сила індукваного струму. Очевидно, що добуток площі на товщину – це активний об'єм пластинки  $V = Sh$ . Отже шуканий вираз гальмівної сили можна подати у вигляді

$$F_A = kB^\alpha V^\beta \rho^\gamma v^\delta, \tag{2}$$

де  $k$  – невідомий безрозмірний коефіцієнт.

Виразимо розмірність фізичних величин через їх основні одиниці в SI:

$$[F] = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}; [B] = \text{кг} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}; [V] = \text{м}^3; [\rho] = \text{кг} \cdot \text{А}^{-2} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{м}^3; [v] = \text{м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Підставимо одиниці вимірювання у рівняння (2)

$$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} = \text{кг}^\alpha \cdot \text{А}^{-\alpha} \cdot \text{с}^{-2\alpha} \cdot \text{м}^{3\beta} \cdot \text{кг}^\gamma \cdot \text{А}^{-2\gamma} \cdot \text{с}^{-3\gamma} \cdot \text{м}^{3\gamma} \cdot \text{м}^\delta \cdot \text{с}^{-\delta} = \text{кг}^{\alpha+\gamma} \cdot \text{А}^{-\alpha-2\gamma} \cdot \text{м}^{3\beta+3\gamma+\delta} \cdot \text{с}^{-2\alpha-3\gamma-\delta}.$$

Останній вираз дозволяє записати систему чотирьох однорідних лінійних незалежних рівнянь із чотирма змінними:

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 1; \\ -\alpha - 2\gamma = 0; \\ 3\beta + 3\gamma + \delta = 1; \\ -2\alpha - 3\gamma - \delta = -2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2; \\ \beta = 1; \\ \gamma = -1; \\ \delta = 1. \end{cases}$$

Отже, згідно (2), гальмівна сила прямо пропорційна швидкості руху пластинки.

Відповідь:  $F_A = \frac{kB^2v}{\rho}$  або у векторній формі

$$\vec{F}_A = -\frac{kB^2v}{\rho} \vec{v}. \tag{3}$$

Зрозуміло, що формула (3) справедлива для незначних швидкостей руху пластинки, оскільки у протилежному випадку стає помітним вплив скін-ефекту.

Отже, під час коливання маятника із металевою неферромагнітною пластинкою у магнітному полі на нього діятиме гальмівний момент  $\vec{M}_T$ , створений силою Ампера  $\vec{F}_A$ :

$$\vec{M}_r = \vec{\ell}_n \times \vec{F}_A = -\frac{kB^2V}{\rho} \cdot \vec{\ell}_n \times \vec{v} = -\frac{kB^2V}{\rho} \cdot \vec{\ell}_n \times (\vec{\Omega} \times \vec{\ell}_n) = -\frac{kB^2V\ell_n^2}{\rho} \vec{\Omega} = -b\vec{\Omega}, \quad (4)$$

де  $\ell_n$  – плече сили Ампера (відстань від осі обертання маятника до середини пластинки),  $\vec{\Omega}$  – кутова швидкість маятника відносно осі підвісу,  $b$  – сталий коефіцієнт, що має зміст коефіцієнта опору руху.

Якщо через  $\alpha$  позначити кут відхилення маятника від положення рівноваги, то рівняння основного закону динаміки його обертального руху у скалярній формі матиме вид  $J\epsilon = M_r + M_{\text{тяж}}$ . Звідки отримуємо диференціальне рівняння незначних згасаючих коливань маятника

$$J\ddot{\alpha} = -b\dot{\alpha} - mg\ell_c\alpha \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{b}{J}\dot{\alpha} + \frac{mg\ell_c}{J}\alpha = 0 \Rightarrow \ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0, \quad (5)$$

де  $\beta = \frac{b}{2J}$  – коефіцієнт згасання коливань,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell_c}{J}}$  – власна циклічна частота гармонічних коливань,  $J$  – момент інерції маятника,  $\ell_c$  – відстань від осі його підвісу до центра мас,  $mg$  – сила тяжіння, що діє на маятник.

Якщо розрахунки рівняння (4) є правильними, то експериментальні результати, отримані за допомогою установки, повинні відповідати розв'язку диференціального рівняння згасаючих коливань (5):

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (6)$$

де циклічна частота цих коливань дорівнює  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ .

Для незначних кутів (в радіанах) відхилення маятника від положення рівноваги амплітудне значення графіка коливань піщаного сліду дорівнює  $A \approx L\alpha_0$  (рис. 5). Тому з рівняння (6) слідує рівняння згасаючих коливань координати зміщення та амплітуди від часу

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (7)$$

Повну механічну енергію маятника зручно виразити через максимальну потенціальну енергію  $W_{\text{мех}} = W_{0p} = mg\Delta h$  (рис. 5), де  $\Delta h = \ell_c(1 - \cos\alpha_0) = 2\ell_c \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx \frac{1}{2}\ell_c\alpha_0^2$ . Оскільки  $\alpha_0 \approx \frac{A}{L}$ , то

$$W_{\text{мех}} = \frac{mg\ell_c}{2L^2} A^2. \quad (8)$$

Вираз (8) є аналогом енергії коливань гармонічного осцилятора  $W_{\text{мех}} = \frac{1}{2}kA^2$ .

Вище вказані рівняння дозволяють визначити ще низку фізичних характеристик системи, користуючись експериментальними результатами вимірювань: 1) момент інерції маятника –  $J = \frac{mg\ell_c}{\omega_0^2} = \frac{mg\ell_c T^2}{4\pi^2}$ ; 2) коефіцієнт згасання за значеннями амплітуд  $n$ -тих коливань –  $\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_0}{A_n}$ ; 3) коефіцієнт опору у рівнянні (4) –  $b = 2J\beta$ ; 4) невідомий безрозмірний коефіцієнт пропорційності з рівняння (3) –  $k = \frac{b\rho}{(B\ell_n)^2 V}$  тощо.

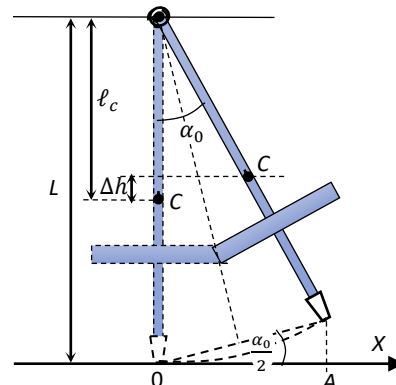


Рис. 5. Відхилення маятника від положення рівноваги.  $\alpha_0$  – кут амплітудного відхилення маятника,  $A$  – амплітуда графіка піщаного сліду на дикті,  $L$  – довжина маятника,  $\ell_c$  – відстань від осі підвісу до центра мас маятника,  $\Delta h$  – висота підйому центра мас маятника  $C$

Джерело: авторський рисунок.

## МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Експериментальні дослідження проводилися за допомогою запропонованої установки, що складається з двох функціональних частин. Перша – це протяжний тракт дикту, друга – це власне сам фізичний маятник із системою його кріплення.

Зовнішній вигляд установки зображено на рис. 6. На горизонтальному столику жорстко закріплений кронштейн, до якого на підшипнику підвішений стрижень маятника. Стрічка дикту натягнута на вали, один із яких може обертатися за допомогою реверсного двигуна РД-09, налаштованого на мережеву напругу 220 В (в Інтернеті існують декілька варіантів такого приєднання).



Рис. 6. Зовнішній вигляд установки для дослідження коливань фізичного маятника та вихрових струмів Фуко

Джерело: авторські фото.

Пісок, що відсипається із лійки, залишає на рухомій стрічці дикту слід у вигляді залежності координати кінця маятника від часу (рис. 6). Знаючи швидкість руху дикту за графіком коливань можна визначити їх період та амплітуду.

До експериментальної апробації установки було залучено студентів групи ГЗ-11 Національного університету водного господарства та природокористування. Внаслідок педагогічних спостережень за їх навчально-дослідницькою діяльністю розроблено оптимальні засоби вимірювання та опрацювання отриманих результатів з метою ефективного впровадження установки у навчальний процес на лабораторних заняттях. Зокрема, встановлено часові рамки (15-20 хв), що відводяться на виконання навчального експерименту та вимірювання амплітуд і відстані між ними на графіку за різних значень сил струмів в електромагніті. Також здійснена оцінка готовності студентів до математичного опрацювання результатів експерименту.

**РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

Пропонована установка дозволяє отримати записи як вільних коливань близьких до гармонічних так і згасаючих (рис. 7). Для перевірки достовірності її дії наведемо результати одного із апробаційних експериментів, здійснених студентами.



**Рис. 7. Зображення графіків вільних гармонічних і згасаючих коливань**  
Джерело: авторські фото.

Згідно даних про швидкість руху стрічки дикту  $v = 2,9 \frac{\text{см}}{\text{с}}$  та відстанню між сусідніми коливаннями на графіку, періоди та циклічні частоти вільних і вимушених коливань, у межах точності засобів вимірювання, практично однакові:  $T_0 \approx T = 1,57 \text{ с}$ ,  $\omega_0 \approx \omega = 4,00 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ . Тому, на жаль, точність вимірювання періоду коливань засобами даної установки не дозволяють визначити коефіцієнт згасання за формулою  $\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$ . Тому слід скористатися вищевказаною залежністю амплітуди згасаючих коливань від часу  $A = A_0 e^{-\beta t}$  та визначити  $\beta$  за формулою

$$\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_0}{A_n} \tag{9}$$

Результати одного із апробаційних експериментів відображено у таблиці 1, де  $n$  – кількість коливань,  $A_n$  – амплітуда  $n$ -го коливання за різних значень сил струмів в електромагнітах.

**Таблиця 1. Результати визначення коефіцієнта згасання за різних значень струму живлення електромагніту  $I_k$**

$n$	0	1	2	3	4	5	Ср.
$I_1 = 0,10 \text{ A}; I_1^2 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	10,6	9,7	9,0	8,2	7,6	–
$\beta_1, \text{ с}^{-1}$	–	0,052	0,054	0,052	0,054	0,053	0,053
$I_2 = 0,13 \text{ A}; I_2^2 = 1,69 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	10,0	8,7	7,5	6,5	5,6	–
$\beta_2, \text{ с}^{-1}$	–	0,089	0,089	0,091	0,091	0,092	0,090
$I_3 = 0,15 \text{ A}; I_3^2 = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	9,6	7,9	6,6	5,5	4,6	–
$\beta_3, \text{ с}^{-1}$	–	0,115	0,120	0,118	0,117	0,117	0,117
$I_4 = 0,18 \text{ A}; I_4^2 = 3,24 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	8,9	6,8	5,3	4,0	3,2	–
$\beta_4, \text{ с}^{-1}$	–	0,163	0,167	0,164	0,168	0,163	0,165
$I_5 = 0,20 \text{ A}; I_5^2 = 4,00 \cdot 10^{-2} \text{ A}^2$							
$A_n, \text{ см}$	11,5	8,3	6,0	4,3	3,0	2,2	–
$\beta_5, \text{ с}^{-1}$	–	0,208	0,207	0,209	0,214	0,211	0,210

Джерело: авторська розробка.

Звичайно, що за 5-ти значень амплітуд можна отримати 15 пар їх співвідношень і 15 значень  $\beta$  за певної сили струму в обмотці електромагніту, але у навчальних дослідженнях достатньо обмежитися й 5-ма значеннями коефіцієнта згасання.

Отримані результати сталості коефіцієнтів згасання за різних значень сил струмів доводять правомірність теоретичних розрахунків про гальмівну дію магнітного поля на рухомому електропровідну пластину. Тобто сила (момент сили) прямо пропорційні її швидкості (кутової швидкості) (див. рівняння (3) і (4)).

Добротність коливальної системи згасаючих коливань маятника для 1-го і 5-го випадків, дорівнює:

$$Q_1 = \frac{2\pi A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta_1 T}} = \frac{6,28}{1 - e^{-2 \cdot 0,064 \cdot 1,57}} = 34,5, \quad Q_5 = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta_5 T}} = \frac{6,28}{1 - e^{-2 \cdot 0,210 \cdot 1,57}} = 13,0.$$

Відповідно можна дослідити добротність і для інших значень коефіцієнта згасання.

Згідно рівнянь (3), (4), (5) коефіцієнт згасання дорівнює

$$\beta = \frac{b}{2J} = \frac{kB^2 v \ell_i^2}{2\rho J} \tag{10}$$

Оскільки індукція магнітного поля прямо пропорційна силі струму, що протікає в обмотці електромагніту  $B \sim I$ , то згідно (10) коефіцієнт згасання має бути прямо пропорційним квадрату цієї сили струму

$$\beta \sim I^2. \quad (11)$$

На рис. 8 відображені результати експериментальної перевірки запропонованої установки (табл. 1), що підтверджують залежність (11), а отже й правомірність теоретичних припущень, наведених вище (формули (3) і (4)).

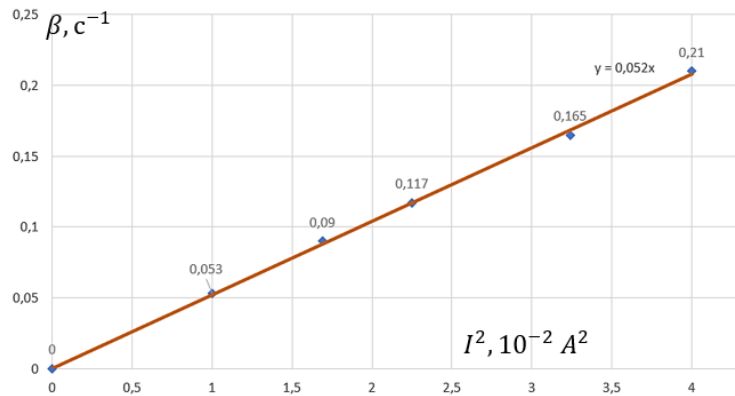


Рис. 8. Графік залежності коефіцієнта згасання  $\beta$  від квадрата сили струму  $I^2$  в обмотці електромагніту

Джерело: розраховано автором.

Згідно закону збереження енергії згасання механічних коливань магнітним гальмуванням відбувається внаслідок розсіювання механічної енергії на теплову дію вихрових струмів. Початкова механічна енергія відповідно до рівняння (8) дорівнює

$$W_0 = \frac{mg\ell_c}{2L^2} A_0^2 = \frac{0,43 \cdot 9,8 \cdot 0,78 \cdot 0,115^2}{2 \cdot 1,35^2} = 0,012 \text{ Дж.}$$

Після згасання коливань уся початкова механічна енергія перетворюється на кількість теплоти, що виділяється у пластинці внаслідок циркуляції вихрових струмів, за умови нехтування тертям у підшипнику та опором повітря.

Відповідно до отриманих результатів експерименту, момент інерції маятника дорівнює

$$J = \frac{mg\ell_c T^2}{4\pi^2} = \frac{0,43 \cdot 9,8 \cdot 0,78 \cdot 1,57^2}{4 \cdot 3,14^2} = 0,21 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Слід зазначити, що заміна пластини в конструкції маятника призведе до зміни його маси, а отже й до зміни моменту інерції.

Пошук методів та засобів вимірювання значень амплітуд показав, що для найточніші результати отримуються за наступного способу дій: 1) натягнути тонку нитку, що проходить через точки положення рівноваги маятника на полотні дикту; 2) виміряти штангенциркулем із точністю до 1 мм відстань від нитки до краю піщаного сліду амплітудного відхилення. На відміну від лінійки штангенциркуль дозволяє точно розташувати його губки між точками на поверхні полотна дикту, що усуває паралакс зору притаманний при вимірюванні лінійкою.

## ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Здійснені нами апробації запропонованої установки дозволяють стверджувати, що вона може бути використана як ефективний дидактичний засіб демонстрації та дослідження у навчанні фізики.

Навчальні демонстрації за допомогою цієї установки охоплюють наступні розділи програми з фізики: 1) гармонічні коливання; 2) фізичний маятник; 3) згасаючі коливання; 4) закон електромагнітної індукції, правило Ленца, вихрові струми тощо. Зауважимо, що другий та третій розділи лише опосередковано входять до програми загальноосвітньої школи. Проте дослідна установка створює передумови «живої» наочності. Як засіб організації навчального дослідження установка може бути використана у загальноосвітній та вищій школі.

Пропонуються орієнтовні теми дослідницьких завдань, лабораторних робіт, експериментальних задач тощо:

- 1) визначення періоду коливань маятника за відомою швидкістю руху дикту;
- 2) дослідження характеру гармонічних коливань (чи дійсно вони описуються функціями  $\sin$  або  $\cos$ );
- 3) визначення моменту інерції маятника;
- 4) дослідження закономірності зміни амплітуди згасаючих коливань з часом;
- 5) визначення коефіцієнту згасання коливань та його залежності від індукції магнітного поля (сили струму) електромагніту;
- 6) визначення коефіцієнту опору коливань для випадків, зазначених у п. 5);
- 7) дослідження залежності гальмівної дії вихрових струмів від: а) сили струму в обмотці електромагніту; б) питомого опору матеріалів однакових за розмірами провідних пластин, у яких виникають вихрові струми; в) товщини пластин однакових матеріалів та розмірів тощо.

Слід зазначити, що виконання навчальних досліджень, вказаних у п.6), 7), потребує визначення моменту інерції маятника для кожного випадку за формулою  $J = \frac{mg\ell_c}{\omega_0^2} = \frac{mg\ell_c T^2}{4\pi^2}$ , що ускладнює їх застосування у часових межах аудиторного заняття. Тому такі дослідження варто організувати як довгострокові.

Згідно експериментальних апробацій установки пропонуються наступні *рекомендації* щодо її застосування:

- 1) для забезпечення гармонічності вільних коливань відхилення маятника від положення рівноваги повинні бути незначні;
- 2) під час коливань провідна пластинка має завжди перебувати в області магнітного поля;
- 3) швидкість руху дикту повинна бути такою, щоб на ньому залишилися зображення порядку 5-10-ти вільних коливань. Інакше дослідження вимірювання їх періоду буде значною;
- 4) при дослідженні згасаючих коливань слід підібрати такі значення сил струмів в електромагніті щоб згасання коливань були незначними, що відобразити на дикті не менше 5-ти коливань.
- 5) довжина та маса маятника повинні бути максимально можливими за наявних конструктивних умов, оскільки у протилежному випадку його вільні коливання швидко згасатимуть.

Перспективи подальшого дослідження передбачають з'ясування експериментальної залежності гальмівної сили від матеріалу та товщини провідної пластинки. Варто розглянути напрямки удосконалення конструкції маятника (заміна підшипникового підвісу на призмий, пошук оптимального матеріалу дикту для зменшення його провисання тощо).

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Csernovszky, Z., Hömöstrei, M., & Kurucz, K. (2024). Study of damped oscillations using Phyphox and Arduino controlled Hall-sensor. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2693 012004., <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2693/1/012004>.
2. Dollet, B., Lorenceau, E., & Gallaire, F. (2020). Transition from Exponentially Damped to FiniteTime Arrest Liquid Oscillations Induced by Contact Line Hysteresis. *J. Physical Review Letters.*, 124 (10) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.104502>.
3. Hasan, M. S., Deepu, P., Kumar, K., Agrawal, A., & Meena, D. K. (2003). Oscillation decay of a pendulum by an air jet. *Physics Letters A.*, 481, 5 Sep. 2023, 129003., <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2023.129003>.
4. Kurniawan, Y., Suhandi, A., Samsudin, A., Xuan, N. T. T. (2024). *Journal of Science Learning*, 7(1), 25-32. <https://doi.org/10.17509/jsl.v7i1.57765>
5. Molina-Bolívar, J. A., & Abella-Palacios, A. J. A laboratory activity on the eddy current brake. (2012). *European Journal of Physics.* 33(3), 697-707. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/3/697>
6. Sakaki, N., Yusaku Seki, Y., & Sasaki, A. (2005). Magnetic-pendulum set-up illustrates eddy-current generation and inhibition. *Physics Education*, 40, 127. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/40/2/F09>
7. Thy, S., & Iwayama, T. (2023). STEM approach to teaching and learning physics at high school: a damped oscillation application of tuned mass damper. *ResearchGate Poster May 2023*. <https://www.researchgate.net/publication/370690286>
8. Галатюк, Ю.М., Левшенюк, В.Я., Левшенюк, Я.Ф., Рибалко, А.В., & Тишук, В.І. (2008) Методи розв'язування фізичних задач. Метод аналізу розмірностей та принцип подібності. X. : Основа.
9. Гончаренко, С. У. (1995). Фізика (Пробний навчальний посібник для ліцеїв та класів природничо-наукового профілю): 11 клас. К.: Освіта.
10. Здешич, В. М., & Здешич, А. В. (2015) Гальмування постійного магніту токами Фуко при його русі біля металевих поверхонь. «Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики». *Кривий Ріг*, 3 (37), 118-128. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/716724/1/tmn-2015-3.pdf>
11. Чернецький, І. (2018). Дослідження явища виникнення вихрових струмів. *Мала академія наук*. URL: <https://stemua.science/Методики/дослідження-явища-виникнення-вихров/>.

#### REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Csernovszky, Z., Hömöstrei, M., & Kurucz, K. (2024). Study of damped oscillations using Phyphox and Arduino controlled Hall-sensor. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2693 012004., <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2693/1/012004>.
2. Dollet, B., Lorenceau, E., & Gallaire, F. (2020). Transition from Exponentially Damped to FiniteTime Arrest Liquid Oscillations Induced by Contact Line Hysteresis. *J. Physical Review Letters.*, 124 (10) <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.104502>.
3. Hasan, M. S., Deepu, P., Kumar, K., Agrawal, A., & Meena, D. K. (2003). Oscillation decay of a pendulum by an air jet. *Physics Letters A.*, 481, 5 Sep. 2023, 129003., <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2023.129003>.
4. Kurniawan, Y., Suhandi, A., Samsudin, A., Xuan, N. T. T. (2024). *Journal of Science Learning*, 7(1), 25-32. <https://doi.org/10.17509/jsl.v7i1.57765>
5. [Molina-Bolívar, J. A., & Abella-Palacios, A. J. A laboratory activity on the eddy current brake. \(2012\). \*European Journal of Physics.\* 33\(3\), 697-707. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/3/697>](https://doi.org/10.1088/0143-0807/33/3/697)
6. Sakaki, N., Yusaku Seki, Y., & Sasaki, A. (2005). Magnetic-pendulum set-up illustrates eddy-current generation and inhibition. *Physics Education*, 40, 127. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/40/2/F09>
7. Thy, S., & Iwayama, T. (2023). STEM approach to teaching and learning physics at high school: a damped oscillation application of tuned mass damper. *ResearchGate Poster May 2023*. <https://www.researchgate.net/publication/370690286>
8. Halatiuk, Yu.M., Levsheniuk, V.Ia., Levsheniuk, Ya.F., Rybalko, A.V., & Tyshchuk, V.I. (2008) Metody rozv'iazuvannia fizychnykh zadach. Metod analizu rozmirnostei ta pryntsyyp podobnosti. [Methods of solving physical problems. The method of dimensional analysis and the principle of similarity]. Kh. : Osnova. (in Ukrainian).
9. Honcharenko, S. U. (1995) Fizyka (Probn. navchalnyi posibnyk dlia litseiv ta klasiv pryrodnycho-naukovoho profiliiu): 11 klas. [Physics (Trial textbook for lyceums and natural science classes): 11th grade]. K.: Osvita. (in Ukrainian).
10. Zdesychyts, V. M., & Zdesychyts, A. V. (2015) Halmuvannia postiiinoho mahnitu tokamy Fuko pry yoho rusi bilia metalevykh poverkhon. «Teorii ta metodyka navchannia matematyky, fizyky, informatyky». [Braking of a permanent magnet by Foucault currents during its movement near metal surfaces. "Theory and teaching methods of mathematics, physics, computer science"]. Kryvyi Rih, 3 (37), 118-128. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/716724/1/tmn-2015-3.pdf>
11. Chernetskyi, I. (2018). Doslidzhennia yavyshta vynyknennia vykhrovykh strumiv. [Study of the phenomenon of eddy currents] "Mala akademiia nauk". URL: <https://stemua.science/Metodyky/doslidzhennia-yavyshta-vynyknennia-vykhrov/>

| Матеріал надійшов до редакції: 18.03.2025 р. | Прийнято до друку: 19.04.2025 р. | Опубліковано: 27.06.2025 р. |



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.