

ДОМАШНІЙ ЕКСПЕРИМЕНТ З ПЕРЕВІРКИ СПІВВІДНОШЕННЯ КОМПОНЕНТІВ ТЕНЗОРА ІНЕРЦІЇ ТОНКОЇ ПЛАСТИНИ

Сергій ПОДЛАСОВ ✉

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Україна
s.podlasov@kpi.ua
<https://orcid.org/0000-0002-3947-4401>

Андрій СНАРСЬКИЙ

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Україна
a.snarskii@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4468-4542>

HOME EXPERIMENT TO CHECK THE RATIO OF THE COMPONENTS OF THE INERTIA TENSOR OF A THIN PLATE

Serhii PODLASOV ✉

National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine
s.podlasov@kpi.ua
<https://orcid.org/0000-0002-3947-4401>

Andrei SNARSKII

National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine
a.snarskii@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4468-4542>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Для студентів першого курсу технічного університету при вивченні теми «Динаміка твердого тіла» в курсі фізики одним з найбільш складних є поняття тензор моменту інерції. Експериментальне визначення компонентів цього тензора та перевірка зв'язку між його діагональними компонентами для тонкої пластини повинно поліпшити розуміння цього поняття. В умовах дистанційного навчання проблема виведення експерименту по зазначеній вище темі може бути вирішена при дослідженні крутильних коливань із застосуванням легко доступного обладнання.

Матеріали і методи. Дослідження ґрунтується на аналізі програми курсу фізики для студентів бакалаврату технічного університету, огляді літературних джерел по темі дослідження. В умовах дистанційного навчання параметри крутильних коливань твердого тіла можна визначити використанням монофілярного підвісу та смартфона з MMS гіроскопом, у якому встановлений застосунок PhyPhox або ж Physics Toolbox Suite. Підвісом може слугувати тонкий сталевий чи мідний дріт, гумова нитка або ж інші.

Результати. Експериментальне визначення періодів крутильних коливань смартфона відносно різних осей показало, що незалежно від матеріалу пружної нитки виконується співвідношення $T_x^2 + T_y^2 = T_z^2$ з похибкою, що не перевищує 6%. Цей результат є підтвердженням співвідношення між діагональними компонентами тензора моменту інерції тонкої пластини $I_x + I_y = I_z$.

Висновки. Дослідження крутильних коливань при проведенні домашнього експерименту з використанням простого обладнання дозволяє з достатньою точністю перевірити виконання співвідношення між компонентами тензора моменту інерції тонкої пластини, роль якої виконує смартфон, оснащений MMS гіроскопом. Застосований спосіб підвішування смартфона на пружній нитці дозволяє також визначити моменти інерції відносно осей, які не співпадають з осями симетрії та сформувані у студентів правильне уявлення про вектор кутової швидкості.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: тензор моменту інерції; крутильні коливання; домашній експеримент.

ДЛЯ ЦИТУВАННЯ: Подласов С., Снарський А. Домашній експеримент з перевірки співвідношення компонентів тензора інерції тонкої пластини. *Фізико-математична освіта*, 2025. Том 40. № 2. С. 43-48. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i2-06>.

ABSTRACT

Formulation of the problem. One of the most challenging concepts for first-year students of a technical university, when studying the topic "Solid state dynamics" in the physics course, is the concept of the moment of inertia tensor. The experimental determination of the components of this tensor and the verification of the relationship between its diagonal components for a thin plate should improve the understanding of this concept. In distance learning, the problem of experimenting on the aforementioned topic can be solved by studying torsional oscillations using easily accessible equipment.

Materials and methods. The study is based on the analysis of the physics course program for undergraduate students of a technical university and a review of the literature on the subject of the study. In distance learning, the parameters of torsional oscillations of a rigid body can be determined using a monopyletic suspension and a smartphone with an MMS gyroscope, by running the PhyPhox or Physics Toolbox Suite application. The suspension can be made of a thin steel or copper wire, a rubber thread, or other suitable materials.

Results. The experimental determination of the periods of torsional oscillation of a smartphone relative to different axes showed that, regardless of the material of the elastic thread, the ratio $T_x^2 + T_y^2 = T_z^2$ is fulfilled with an error not exceeding 6%. This result confirms the relation between the diagonal components of the thin plate moment of inertia tensor $I_x + I_y = I_z$.

Conclusions. The study of torsional oscillations during a home experiment using simple equipment allows us to verify with sufficient accuracy the fulfillment of the relationship between the components of the tensor of the moment of inertia of a thin plate, the role of which is played by a smartphone equipped with an MMS gyroscope. The method used to suspend the smartphone on an elastic thread also allows us to determine the moments of inertia about axes that do not coincide with the axes of symmetry and to form a correct understanding of the angular velocity vector.

KEYWORDS: moment of inertia tensor; torsional oscillations; home experiment.

FOR CITATION: Podlasov, S., & Snarskii, A. (2025). Home experiment to check the ratio of the components of the inertia tensor of a thin plate. *Physical and Mathematical Education*, 40(2), 43-48. <https://doi.org/10.31110/fmo2025.v40i2-06>.

ВСТУП

Постановка проблеми. Однією із складних тем курсу фізики для студентів першого курсу технічного університету, особливо тих, котрі починають її вивчення з першого семестру, в розділі «Механіка» є тема «Динаміка твердого тіла». Це зумовлено низкою причин, до яких, у першу чергу, слід віднести відсутність попередніх знань з цієї теми та необхідність усвідомлення цілого ряду нових математичних та фізичних понять, таких як векторний добуток, вектори кутової швидкості та прискорення, момент сили, момент імпульсу, тензор інерції. Їх інтеріоризація може бути суттєво поліпшена при самостійному виконанні студентами експериментальних досліджень. В умовах дистанційного навчання деякі експерименти по визначенню величин, які використовуються при вивченні динаміки твердого тіла, студенти можуть проводити в дома з використанням доступного обладнання, зокрема, мобільного телефона. Тому актуальним постає завдання розробки методики такого експерименту та опрацювання його результатів.

Аналіз актуальних досліджень. Одним з важливих параметрів у динаміці твердого тіла є момент інерції. У науково-методичній літературі достатньо широка представлені методи його експериментального визначення. Genta & Delprete (1994) критично проаналізували різні експериментальні методики, засновані на вивченні періодичного або неперіодичного руху тіл. В основному, всі ці методи ґрунтуються на вимірюванні періоду крутильних коливань або вимірюванні часу скочування тіл з похилої площини. Перший спосіб застосовується для тіл будь-якої форми, другий – для тіл з осью або центральною симетрією (циліндр, куля). Крім того, момент інерції твердого тіла, яким можна вважати смартфон, Kaps et al (2021) запропонували визначати за максимальною кутовою швидкістю при його падінні.

Крутильні коливання реалізують, використовуючи уніфілярний (торсіонний маятник), біфілярний чи трифілярний підвіси. Так, Kuznetsova & Urvantseva (2014) використовували торсіонний маятник для визначення моменту інерції диска. У роботі Klaus (2017) представлено порівняння моменту інерції тіл, які були визначені за допомогою торсіонного та фізичного маятників. Zhao et al (2012) досліджували вплив сили опору повітря на результати визначення моменту інерції тіл на основі вимірювання періоду коливань торсіонного маятника.

Застосування біфілярного підвісу для визначення моменту інерції тіл за результатами вимірювання періоду крутильних коливань представлені в роботах Junos, Mohd Suhadis & Zihad (2014), Fukami & Higashino (2019). Автори останньої роботи рекомендують використовувати цей метод для визначення компонентів тензору інерції малих безпілотних літальних апаратів.

Tang & Shangguan(2011) запропонували використовувати трифілярний крутильний маятник для експериментального визначення центра тяжіння та тензора інерції для тіла неправильної форми. Запропонованої метод дозволив визначити момент інерції з похибкою до 1 % відносно теоретичного значення.

Вимірювання періоду крутильних коливань смартфона на підвісі з мідного дроту Kaps et al (2021) використали для визначення модуль зсуву міді.

Уніфілярний (<https://www.uchtech.com.ua/ua/fm/fm15.html>, <https://www.uchtech.com.ua/ua/fm/fm21.html>) та трифілярний (Лунев та ін., 2011) підвіси використовуються в навчальних лабораторіях для визначення моментів інерції тіл різної форми.

У домашніх експериментах для визначення кутової швидкості тіл, необхідної для обчислення моменту інерції, використовуються сигнали датчиків, які вмонтовані в мобільні гаджети. Так, Sriyanti et al (2020) використали для цього сигнал магнітометра, Patrinoopoulos & Kefalis (2015), Puttharugsa et al (2021) – сигнал гіроскопа.

Метою роботи є розробка методики домашнього експерименту по перевірці зв'язку між діагональними компонентами тензора інерції прямокутної пластини, роль якої виконує смартфон.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження ґрунтується на аналізі програми курсу фізики для студентів бакалаврату технічного університету, огляді літературних джерел по темі дослідження. В умовах дистанційного навчання параметри крутильних коливань твердого тіла можна визначати використанням монофілярного підвісу та смартфона з MMS гіроскопом, у якому встановлений застосунок PhyPhox або ж Physics Toolbox Suite. Підвісом може слугувати тонкий сталевий чи мідний дріт, гумова нитка або ж інші.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Момент інерції тіла відносно осі можна визначити за результатами обчислень або результатами експерименту. При неперервному розподілі маси у просторі момент інерції тіла визначається інтегруванням

$$I = \int r^2 dm,$$

де dm – маса малого об'єму тіла, r – відстань до осі обертання. У стандартних курсах фізики момент інерції обчислюють для тіл з симетрією відносно точки (сфера, куля), відносно осі (кільце, диск, циліндр, конус), або відносно площини (прямокутний паралелепіпед).

Обчислення моменту інерції I тіла відносно осі можна спростити. Для цього поділимо тіло на малі елементи масою m_i , положення яких відносно почату відліку O задається радіусом-вектором \vec{R}_i (рис. 1). В декартовій системі координат $R_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$. Далі помножимо R_i^2 на масу виділеного елемента і визначимо величину

$$J = \sum_i m_i R_i^2 = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2). \quad (1)$$

Момент інерції окремої матеріальної точки відносно осі визначається добутком її маси m_i на квадрат відстані до цієї осі. При використанні декартової системи координат ці відстані відносно осей X , Y , Z дорівнюють $y_i^2 + z_i^2$, $x_i^2 + z_i^2$, $x_i^2 + y_i^2$, отже моменти інерції відносно осей:

$$I_{xi} = m_i(y_i^2 + z_i^2), \quad I_{yi} = m_i(x_i^2 + z_i^2), \quad I_{zi} = m_i(x_i^2 + y_i^2).$$

Додавши ці вирази, одержимо

$$I_{xi} + I_{yi} + I_{zi} = 2m_i(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2). \tag{2}$$

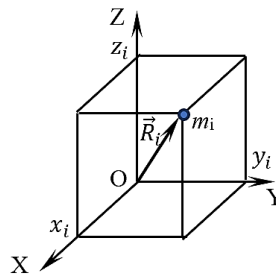


Рис. 1. Положення точки твердого тіла в декартовій системі координат

Джерело: авторська розробка.

Оскільки момент інерції є величиною адитивною, то для твердого тіла з урахуванням (1) маємо

$$I_x + I_y + I_z = 2 \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) = 2J. \tag{3}$$

Для тонкої пластини координати $z = 0$ усіх її точок, отже $J = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2)$, а це є виразом моменту інерції тіла відносно осі OZ отже $I_x + I_y + I_z = 2I_z$, звідки,

$$I_x + I_y = I_z \tag{4}$$

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Достатньо простим експериментом, який може бути проведений в домашніх умовах, є перевірка виконання співвідношення (4). Сутність експерименту полягає у фіксації періоду крутильних коливань смартфона, підвішеного на пружній нитці (торсіонний маятник), навколо кожної з його трьох осей симетрії. Це можливо завдяки наявності MMS гіроскопа у більшості смартфонів.

Звичайно, смартфон не є тонкою пластиною і моменти його інерції відносно головних осей симетрії (рис. 2) повинні обчислюватися як для прямокутного паралелепіпеда:

$$I_x = \frac{1}{12} m(a^2 + c^2), I_y = \frac{1}{12} m(b^2 + c^2), I_z = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2).$$

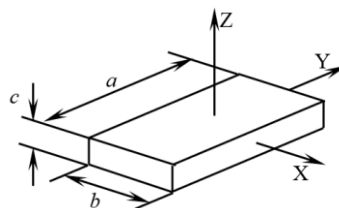


Рис. 2. Головні осі симетрії смартфона

Джерело: авторська розробка.

Але, наприклад, смартфон Samsung A51 має розміри 158,5×73,6×7,9 мм в масу 172 г. Відповідні моменти інерції складають $I_x = 3,61 \cdot 10^{-4}$ кг·м², $I_y = 7,85 \cdot 10^{-5}$ кг·м², $I_z = 4,38 \cdot 10^{-4}$ кг·м², отже похибка у виконанні співвідношення (4) не перевищує $\approx 0,4$ %. Це дозволяє з достатньою точністю проводити експериментальну перевірку співвідношення $I_z = I_x + I_y$, досліджуючи крутильні коливання смартфона на пружній нитці.

Для підвішування смартфона на нитці можна використати пакетик, що має кріплення у чотирьох кутах (рис. 3а,б), або застосувавши бандаж з лейкопластиря (рис. 3в) чи гуми (рис. 3г,д).

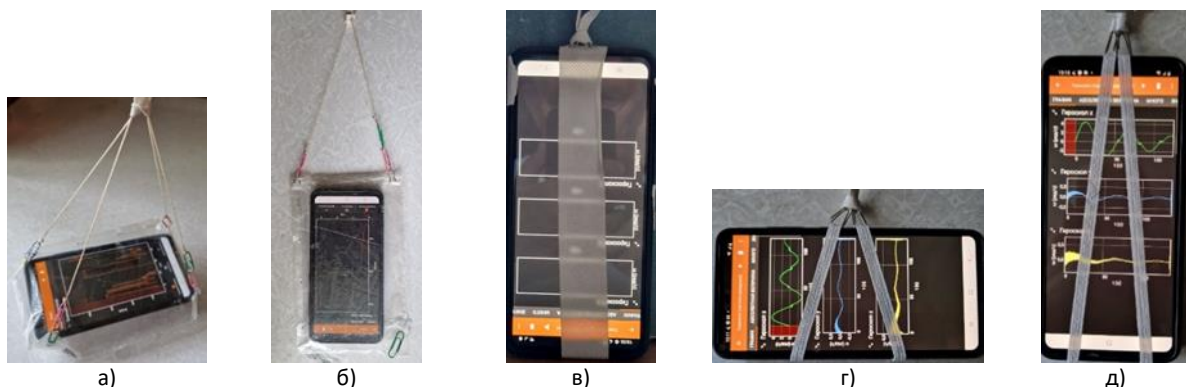


Рис. 3. Способи кріплення смартфона для дослідження крутильних коливань

Джерело: авторська розробка.

Підвісом може слугувати гумова нитка, чи дріт діаметром $0,2 \div 0,3$ мм (на рис. 1 підвіс не показаний у зв'язку з його достатньо великою довжиною $50 \div 70$ см).

Як добре відомо, період крутильних коливань тіла, підвішеного на пружній нитці, визначається як $T = 2\pi\sqrt{I/C}$, де C – модуль кручення нитки. З останнього виразу

$$I = C(T/2\pi)^2.$$

Підставивши цей вираз у (4), маємо:

$$T_z^2 = T_x^2 + T_y^2. \quad (5)$$

Виконання умови (5) за результатами експерименту слугує підтвердженням справедливості виразу (4).

Фіксувати залежність від часу кутової швидкості смартфона дозволяють вільно поширювані застосунки PhyPhox або Physics Tolbox Suite. Як свідчить досвід, більш зручно користуватися PhyPhox, оскільки він надає суттєво більше можливостей для перегляду на екрані смартфона результатів експерименту, а також дозволяє дистанційно керувати експериментом та фіксувати експериментальні дані, використовуючи комп'ютер (ноутбук, планшет).

Перевірка виконання умови (5) проводилася з використанням якості підвісу сталевого та мідного дротів, а також тонкої гумової стрічки.

На рис. 4 представлені залежності від часу кутової швидкості в коливальному русі навколо головних осей симетрії смартфона Samsung A51 на сталевій нитці діаметром $0,25$ мм.

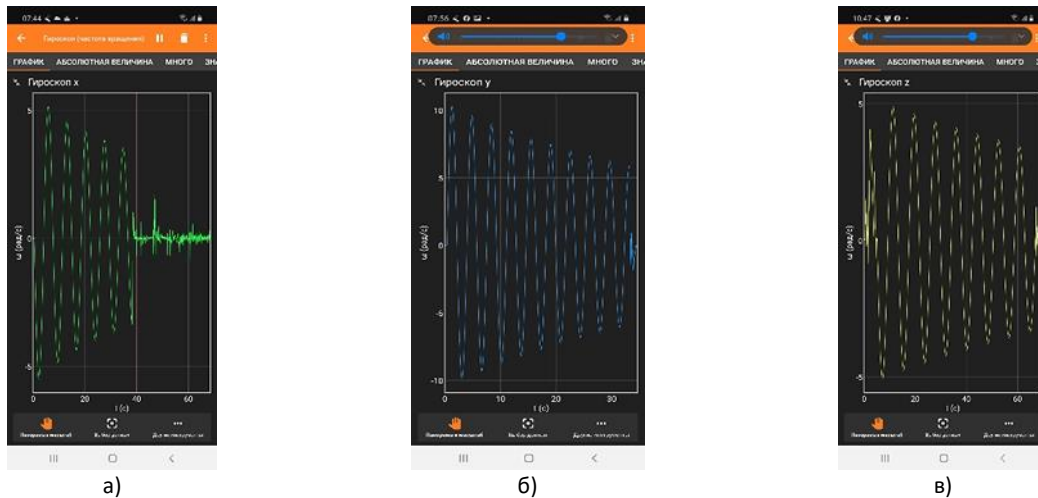


Рис. 4. Копії екрану смартфона при дослідженні залежностей від часу кутової швидкості крутильних коливань смартфона відносно осей: а) OX, б) OY, в) OZ

Джерело: авторська розробка.

Можна припустити, що основною причиною загасання коливань є дія сили опору повітря, яка прямо пропорційна до швидкості руху. В такому разі залежність кутової швидкості від часу повинна описуватися рівнянням

$$\omega = \omega_m e^{-\beta t} \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right), \quad (6)$$

де β – коефіцієнт загасання, T – період коливань, t – час, відлік якого починається від моменту початку крутильних коливань.

Аналіз експериментальних даних, одержаних із застосунка PhyPhox, дозволяє підібрати значення ω_m , T та β , які відповідають найкращому співпадінню теоретичної кривої з експериментальними значеннями. В таблиці 1 наведені результати підбору значень періодів крутильних коливань, а на рис. 5 – експериментальні результати та розрахунки за формулою (6) з підібраними параметрами. Для побудови графіків використані не всі значення, одержані з PhyPhox (ix може бути від 3000 до 30000 залежно від часу фіксації результатів), а тільки 100 – 150, взятих через рівні проміжки часу. Зауважимо також, що в усіх без винятку випадках коефіцієнт загасання β виявся малим $((\beta/\omega)^2 = (\beta T/2\pi)^2 < 10^{-3})$, відтак, період власних коливань відрізняється від експериментальних значень не більше ніж на 0,05 %. Це дозволяє практично не враховувати загасання при перевірці умови (5).

Причин похибок може бути декілька, з яких найбільш суттєвими ми вважаємо: 1) неточність встановлення початкового кута закручування нитки підвісу для різних осей смартфона; 2) похибку визначення періоду крутильних коливань при підборі параметрів.

Таблиця 1. Періоди крутильних коливань смартфона на різних нитках підвісу

	T_x, c	T_y, c	T_z, c	Відносна похибка $\frac{T_z^2 - (T_x^2 + T_y^2)}{T_z^2} \cdot 100 \%$
Сталь	5,94	2,80	6,60	1,0
Мідь	6,96	3,28	7,95	6,3
Гума	29,45	13,99	32,99	2,3

Джерело: авторська розробка.

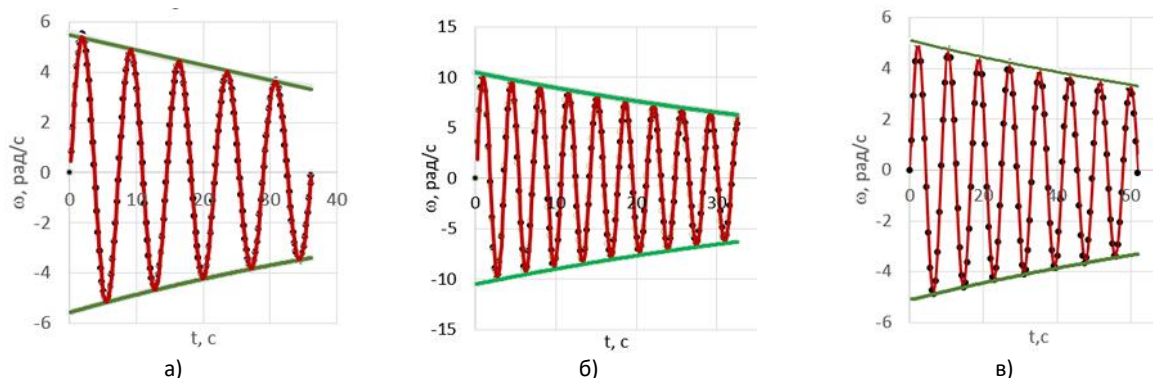


Рис. 5. Залежності від часу миттєвих значень кутової швидкості – червона лінія та амплітудних значень – зелена лінія при крутильних коливаннях смартфона на сталевій нитці відносно осей: а) OX , б) OY , в) OZ за результатами підбору параметрів. Точки – експериментальні дані

Джерело: авторська розробка.

Окрім перевірки співвідношення (4) дослідження крутильних коливань смартфона можна використати для визначення моменту інерції тіла відносно осі обертання, яка не співпадає з головними осями симетрії. Для цього необхідно підвісити смартфон на пружній нитці, наприклад, так, як показано на рис. 6. На екрані смартфона на сторінці «Multi» відображаються проєкції вектора кутової швидкості на осі координат та її абсолютне значення. Кут нахилу головних осей смартфона відносно горизонту можна визначити в застосунку PhyPhox на сторінці «Inclination» або за допомогою таких безоплатних застосунків як «Рівень лазера», «Level» або аналогічних.

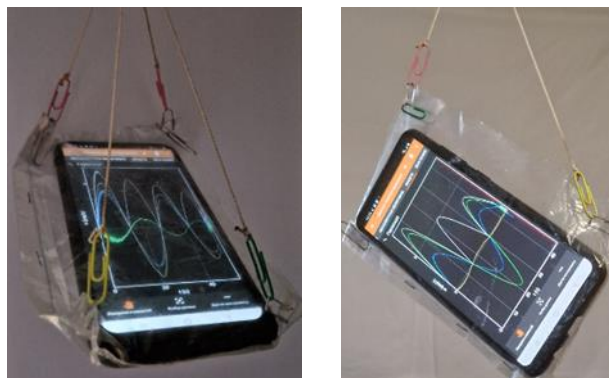


Рис. 6. Сторінка «Multi» («Багато») застосунку PhyPhox при вимірюванні кутової швидкості крутильних коливань смартфона відносно осей обертання, що не співпадають з головними осями симетрії

Джерело: авторська розробка.

Результати таких вимірювань, по-перше, сприяють усвідомленню студентами того, що кутова швидкість – це вектор, який має відповідні проєкції на осі координат, по-друге, дозволяє визначити моменти інерції тіла відносно осей обертання, які не співпадають з головними осями симетрії.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Експериментальне вивчення в домашньому експерименті крутильних коливань смартфона, який підвішений на пружній нитці, дозволяє перевірити теоретичне співвідношення між головними компонентами тензора інерції плоскої пластини. Враховуючи примітивність використаного експериментального «обладнання», похибку у виконанні умови (5) можна вважати прийнятною. Самостійне виконання студентами такого експерименту повинно сприяти інтеріоризації знань з розділів «Динаміка твердого тіла» та «Коливання» курсу фізики.

На жаль, в домашніх умовах, одержані експериментальні результати не дозволяють обчислити величину компонентів тензора інерції, оскільки виявляється складно визначити момент кручення пружної нитки.

Вивчення залежності проєкцій вектора кутової швидкості на осі координат при зміні кута між віссю OY системи координат смартфона та горизонтом дозволяє сформуванню у студентів правильного уявлення про вектор кутової швидкості.

Перспективи подальших досліджень ми вбачаємо у впровадженні методики дослідження в навчальний процес і накопичення статистичних даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Fukami, K., & Higashino, S.-I. (2019). Experimental method for determination of virtual inertia matrix using multivariate regression analysis. *Sensors and Materials*, 31 (12), 4247-4257. <https://doi.org/10.18494/SAM.2019.2665>.

2. Genta, G., Delprete, C. (1994) *Some considerations on the experimental determination of moments of inertia*. *Meccanica* 29, 125-141. <https://doi.org/10.1007/BF01007497>.
3. Junos, M.H., Mohd Suhadis, N., & Zihad, M. M. (2014). Experimental determination of the moment of inertias of USM e-UAV. *Applied Mechanics and Materials*, 465-466, pp. 368-372. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.465-466.368>.
4. Kaps, A., Splith, T., & Stallmach, F. (2021). Implementation of smartphone-based experimental exercises for physics courses at universities. *Physics Education*, 56, 3. Phys. Educ. 56 035004. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/abdee2>.
5. Kaps, A., Splith, T., & Stallmach, F. (2021). Shear Modulus Determination Using the Smartphone in a Torsion Pendulum. *The Physics Teacher*, № 4, p. 268-271. <https://doi.org/10.1119/10.0004154>
6. Klaus, L. (2017). Comparison of Two Experiments Based on a Physical and a Torsion Pendulum to Determine the Mass Moment of Inertia Including Measurement Uncertainties. *Measurement science review*, 17, 1, 9-18. <https://doi.org/10.1515/msr-2017-0002>.
7. Kuznetsova, T. E., & Urvantseva, N.L. (2014). Using torsional vibrations for determining moment of inertia of a disc. *Materials Physics and Mechanics*, 20 (2), 118-123. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84904541474&partnerID=40&md5=929af7e9099931034ceba5efed30781>
8. Marinopoulos, M., & Kefalis, C. (2015). Angular velocity direct measurement and moment of inertia calculation of a rigid body using a smartphone. *Phys. Teach.* 53, 564-565. <https://doi.org/10.1119/1.4935774>
9. Puttharugsa, C., Chatchawaltheerat, T., Teeratchanan, P. (2021). Teaching the moment of inertia by measuring the angular speed with a smartphone's sensors. *Physics Education*, 56, 2. Phys. Educ. 56 023011. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/abdfaf>.
10. Sriyanti, I., Ariska, M., Cahyati, N., & Jauhari, J. (2019). *Physics Education*, 55, 1. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/ab58ba>.
11. Tang, L., & Shangquan, W.-B. (2011). An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 44 (10), 1849-1859. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2011.09.004>.
12. Zhao, Y., Zhang, X. L., Wang, J., & Tang, W. Y. (2012). Measurement of Moment of Inertia Based on Torsion Pendulum. *Advanced Materials Research*, 588-589, 964-967. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.588-589.964>
13. Лунев, И. В., Жуков, Н. Н., Олейник, С. В., & Подшивалова О. В. (2011). *Механика. молекулярная физика и термодинамика*. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т». 28. <https://faculty6.khai.edu/uploads/literature/literature/1317037629550668420.pdf>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Fukami, K., & Higashino, S.-I. (2019). Experimental method for determination of virtual inertia matrix using multivariate regression analysis. *Sensors and Materials*, 31 (12), 4247-4257. <https://doi.org/10.18494/SAM.2019.2665>.
2. Genta, G., Delprete, C. (1994) *Some considerations on the experimental determination of moments of inertia*. *Meccanica* 29, 125-141. <https://doi.org/10.1007/BF01007497>.
3. Junos, M.H., Mohd Suhadis, N., & Zihad, M. M. (2014). Experimental determination of the moment of inertias of USM e-UAV. *Applied Mechanics and Materials*, 465-466, pp. 368-372. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.465-466.368>.
4. Kaps, A., Splith, T., & Stallmach, F. (2021). Implementation of smartphone-based experimental exercises for physics courses at universities. *Physics Education*, 56, 3. Phys. Educ. 56 035004. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/abdee2>.
5. Kaps, A., Splith, T., & Stallmach, F. (2021). Shear Modulus Determination Using the Smartphone in a Torsion Pendulum. *The Physics Teacher*, № 4, p. 268-271. <https://doi.org/10.1119/10.0004154>
6. Klaus, L. (2017). Comparison of Two Experiments Based on a Physical and a Torsion Pendulum to Determine the Mass Moment of Inertia Including Measurement Uncertainties. *Measurement science review*, 17, 1, 9-18. <https://doi.org/10.1515/msr-2017-0002>.
7. Kuznetsova, T. E., & Urvantseva, N.L. (2014). Using torsional vibrations for determining moment of inertia of a disc. *Materials Physics and Mechanics*, 20 (2), 118-123. <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84904541474&partnerID=40&md5=929af7e9099931034ceba5efed30781>
8. Marinopoulos, M., & Kefalis, C. (2015). Angular velocity direct measurement and moment of inertia calculation of a rigid body using a smartphone. *Phys. Teach.* 53, 564-565. <https://doi.org/10.1119/1.4935774>
9. Puttharugsa, C., Chatchawaltheerat, T., Teeratchanan, P. (2021). Teaching the moment of inertia by measuring the angular speed with a smartphone's sensors. *Physics Education*, 56, 2. Phys. Educ. 56 023011. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/abdfaf>.
10. Sriyanti, I., Ariska, M., Cahyati, N., & Jauhari, J. (2019). *Physics Education*, 55, 1. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/ab58ba>.
11. Tang, L., & Shangquan, W.-B. (2011). An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 44 (10), 1849-1859. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2011.09.004>.
12. Zhao, Y., Zhang, X. L., Wang, J., & Tang, W. Y. (2012). Measurement of Moment of Inertia Based on Torsion Pendulum. *Advanced Materials Research*, 588-589, 964-967. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.588-589.964>
13. Lunev, Y. V., Zhukov, N. N., Oleinyk, S. V., & Podshyvalova O. V. (2011). *Механіка. молекулярна фізика і термодинаміка [Mechanics. molecular physics and thermodynamics]*. Kh.: Nats. аэрокосм. ун-т ім. Н.Е. Zhukovskoho «Khark. avyats. ун-т». Stor 28. <https://faculty6.khai.edu/uploads/literature/literature/1317037629550668420.pdf>. (in Russian).

| Матеріал надійшов до редакції: 16.01.2025 р. | Прийнято до друку: 25.02.2025 р. | Опубліковано: 29.04.2025 р. |



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.