



DOI 10.31110/2413-1571-2023-038-5-003

УДК 378.147

ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Тетяна ЛУКАШОВА

Сумський державний педагогічний університет
 імені А. С. Макаренка, Україна
 tanya.lukashova2015@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

Марина ДРУШЛЯК ✉

Сумський державний педагогічний університет
 імені А. С. Макаренка, Україна
 marydru@fizmatsspu.sumy.ua
<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>

ARTIFICIAL INTELLIGENCE AS A MEANS OF DEVELOPING PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' CRITICAL THINKING

Tetiana LUKASHOVA

Sumy State Pedagogical University
 named after A. S. Makarenko, Ukraine
 tanya.lukashova2015@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

Marina DRUSHLYAK ✉

Sumy State Pedagogical University
 named after A. S. Makarenko, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-9648-2248>
 marydru@fizmatsspu.sumy.ua

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. На сьогодні освіта зосереджується не тільки на набутті випускниками *hard skills* (знання, вміння, навички у певній предметній галузі), а на набутті *soft skills*, тобто якостей, притаманних майбутньому конкурентоспроможному фахівцю, серед яких важливе місце займають навички критичного мислення. Нагальним питанням у системі професійної освіти майбутніх учителів математики є пошук і доведення ефективності засобів розвитку критичного мислення.

Матеріали і методи. Для досягнення мети були використані методи теоретичного рівня наукового пізнання: аналіз наукової літератури, синтез, формалізація наукових джерел, опис, зіставлення, узагальнення власного досвіду.

Результати. Проаналізовано зарубіжний досвід використання штучного інтелекту в освітній сфері, виокремлено позитивні та негативні сторони такого використання. Розглянуто можливості використання штучного інтелекту для розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики на прикладі використання чат-бота зі штучним інтелектом ChartGPT. Запропоновано варіант завдань для студентів при вивченні теми «Доведення нерівностей», в ході виконання яких ChartGPT використовується як «симулятор» роботи з учнями та критичного оцінювання їх розв'язань. Показано, що ChartGPT пропонує цілу низку способів доведення запропонованої нерівності, проте, у кожному з розв'язань допускає помилки; проаналізовано як штучний інтелект реагує на зазначення його помилок.

Висновки. Впровадження штучного інтелекту в освітній процес і використання його як засобу розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики вбачається доцільним. Показана ефективність такої імплементації на прикладі вивчення теми «Доведення нерівностей».

КЛЮЧОВІ СЛОВА: критичне мислення; штучний інтелект; процес навчання математики; майбутні вчителі математики; доведення нерівностей; метод математичної індукції.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Today, education focuses not only on the acquisition of *hard skills* (knowledge, abilities, skills in a certain subject area) by graduates but on the acquisition of so-called *soft skills*, i.e., the qualities of the future that a future competitive specialist must have, among which the skills of critical thinking. An urgent issue in the professional education system of pre-service mathematics teachers is the search for proof of the effectiveness of developing critical thinking.

Materials and methods. Methods of the theoretical level of scientific knowledge were used to achieve the goal: analysis of scientific literature, synthesis, formalization of scientific sources, description, comparison, and generalization of own experience.

Results. The foreign experience of using artificial intelligence in the educational sphere is analyzed. The positive and negative aspects of such use are highlighted. The possibilities of using artificial intelligence for the development of critical thinking of future mathematics teachers are considered using the example of ChartGPT. When studying the topic "Proving Inequalities," a variant of tasks for students is offered. In completing tasks, ChartGPT is used as a "simulator" for future teachers in working with students. Students are required to evaluate the solutions offered by ChartGPT critically. AI provides several ways to prove the inequalities. However, it makes mistakes in the solutions. The reactions of artificial intelligence to pointing out its errors are presented.

Conclusions. The introduction of artificial intelligence into the educational process and its use as a means of developing the critical thinking of future mathematics teachers is considered appropriate. The effectiveness of such an implementation is shown in the example of studying the topic "Proving Inequalities".

KEYWORDS: critical thinking; Artificial Intelligence; the process of learning mathematics; pre-service mathematics teachers; proof of inequalities; mathematical induction method.

ВСТУП

Постановка проблеми. На сьогодні освіта зосереджується не тільки на набутті випускниками *hard skills* (знання, вміння, навички у певній предметній галузі), а на набутті, так званих *soft skills*, тобто якості майбутнього, які повинен мати майбутній конкурентоспроможний фахівець. Узагальнюючи такі якості, можна сформулювати провідні *soft skills* у «Four Cs» (Collaboration, Communication, Creativity, Critical thinking) – «Систему 4К» (Колаборація, Комунікація, Креативність, Критичне мислення) (10 Top Soft Skills for 2020: What They Are and How To Train Them, 2016).

Для цитування:

Лукашова Т., Друшляк М. Штучний інтелект як засіб розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики. *Фізико-математична освіта*, 2023. Том 38. № 5. С. 18-25. DOI: 10.31110/2413-1571-2023-038-5-003

Лукашова, Т., & Друшляк, М. (2023). Штучний інтелект як засіб розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики. *Фізико-математична освіта*, 38(5), 18-25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-5-003>

For citation:

Lukashova, T., & Drushlyak, M. (2023). Artificial intelligence as a means of developing pre-service mathematics teachers' critical thinking. *Physical and Mathematical Education*, 38(5), 18-25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-5-003>

Lukashova, T., & Drushlyak, M. (2023). Shtuchnyi intelekt yak zasib rozvytku krytychnoho myslennia maibutnih uchyteliv matematyky [Artificial intelligence as a means of developing pre-service mathematics teachers' critical thinking]. *Fiziko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 38(5), 18-25. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-5-0003>

З 2022 року у науковому дискурсі з'являються дослідження, які пов'язують проблему розвитку критичного мислення (однієї зі складових soft skills) з проблемою використання штучного інтелекту (ШІ) в освітньому процесі. В суспільстві загалом та серед академічної спільноти зокрема з'являються побоювання щодо використання штучного інтелекту типу «вбивць професій», «вплив на думки людей, оскільки здатен генерувати пости для соцмереж та коментарі», «генерація академічних текстів», «витік конфіденційної та особистої інформації». Через подібні побоювання в деяких школах навіть забороняють використання ChatGPT (Dibble, 2023; Lukpat, 2023).

Деякі науковці стурбовані з етичних міркувань (Mhlanga, 2023), з приводу потенційних негативних впливів на методи оцінювання (Rudolph et al., 2023), через наукову добросовісність (Cotton et al., 2023; Shiri, 2023) та навички мислення студентів вищого рівня (Susnjak, 2022). Так, S. Marche (2022) передбачив, що може знадобитися «десять років, щоб наукові кола зіткнулися з цією новою реальністю: два роки, щоб студенти зрозуміли технологію, ще три роки, щоб професори визнали, що студенти використовують цю технологію, а потім п'ять років, щоб адміністратори університетів вирішили, що з цим робити, якщо взагалі робити».

Сучасний дискурс навколо штучного інтелекту та його впливу на освіту, як правило, зосереджується на проблемах, які він створює для освітан (Stokel-Walker, 2022) або можливості, які він надає як для викладачів, так і для студентів (Zhai, 2023). Науковці звертають увагу на важливість розвитку навичок критичного мислення серед студентів і дослідників для ефективного використання ШІ та уміння відрізнити достовірну інформацію від обману та дезінформації (Rusandi et al., 2023). Тобто, для роботи з ШІ важливо мати розвинене критичне мислення.

Ми ж пропонуємо з усіх можливостей ШІ шукати не загрози, а нові горизонти: зміни освітніх цілей навчання, навчальної діяльності, оцінювання та експертизи, переорієнтацію освітніх програм з виконання стандартних завдань. Іншими словами, у даному дослідженні ми пропонуємо розглянути діаметрально протилежну проблему: та сфокусуватися не на необхідності сформованих навичок критичного мислення для роботи з ШІ, а використати ШІ як один із засобів розвитку критичного мислення. Тим самим ми хочемо спростувати тезу речниці Департамент освіти Нью-Йорка Дженні Лайл про те, що «попри можливість інструменту давати швидкі й прості відповіді, він не розвиває критичне мислення».

Зауважимо, що наше дослідження корелює із Концепцією розвитку штучного інтелекту в Україні, яка затверджена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 9 вересня 2020 р. № 1133. Серед пріоритетних сфер, в яких реалізуються завдання державної політики розвитку галузі штучного інтелекту зазначена освіта. У сфері вищої освіти серед іншого передбачається «створення спеціалізованих освітніх програм штучного інтелекту в межах галузі «Інформаційні технології», включення питань штучного інтелекту до інших освітніх програм з різними спеціальностями, створення міждисциплінарних, у тому числі спільних, магістерських і докторських програм; інтеграція провідних онлайн курсів за тематикою штучного інтелекту до освітніх програм» (Концепція розвитку штучного інтелекту в Україні, 2021) та програмою великої трансформації «Освіта 4.0: український світанок» від МОН (Освіта 4.0: український світанок, 2022). Концепцію розвитку штучного інтелекту в Україні візуалізовано на рис. 1.



Рис. 1. Концепція розвитку штучного інтелекту в Україні, 2020 (<http://surf.li/mpuqi>)

Аналіз актуальних досліджень. В листопаді 2022 року світ сколихнула новина про створення чат-боту з діалоговим інтерфейсом штучного інтелекту, розроблений OpenAI. До 18 лютого 2023 року цей сервіс був заблокований в Україні.

GPT (Generative Pre-training Transformer – генеративний попередньо натренований трансформер) – це тип штучного інтелекту, який використовує алгоритми машинного навчання для створення тексту природною мовою.

ChatGPT має досить широкі можливості – доповнювати текст, писати есе та твори, писати вірші та сценарії (генерувати діалоги), писати дописи для соцмереж, узагальнювати, класифікувати, перепарфразувати, перекладати,

відповідати на запитання (надавати медичні поради, «висловити думку» на суб'єктивні теми), писати електронні листи, генерувати код різними мовами програмування, аналізувати тон комунікації (Нановська, 2023).

Але при цьому потрібно розуміти, що ChatGPT не має глибокого розуміння значення слів, які він обробляє (Gao et al., 2023). Він розпізнає закономірності та генерує правдоподібні відповіді, але це не повністю розуміє поняття, що стоять за словами (Bogost, 2022). ChatGPT передбачить відповідь, яка є найбільш ймовірною. І тут з'являється такий феномен як «галюцинація» - ChatGPT не боїться бути «дурним», він боїться бути «необізнаним», тобто якщо він не знає відповіді, він її «придумає» і все одно надасть відповідь.

До того ж ChatGPT не має людської здатності оцінювати достовірність даних, на яких він навчався (Lecler et al., 2023). ChatGPT не має доступу до Інтернету та наразі має обмежені знання про події у світі після 2021 року (Stokel-Walker & van Noorden, 2023), що призводить до можливості надання застарілих і неточних відповідей.

W. M. Lim, A. Gunasekara, J. L. Pallan, J. I. Pallant та E. Pechenkina (2023) стверджують, що з одного боку ШІ призводить до руйнування освітньої системи, з іншого боку, приводить до нової ери доступної інформації та автоматизації для покращення якості освіти. Ці два погляди підкреслюють парадоксальну природу штучного інтелекту (ШІ) та його роль в освіті – це може знищити деякі освітні практики, водночас підтримуючи їх. Автори виділяють чотири ключові парадокси, пов'язані із використанням штучного інтелекту в освіті (рис. 2).



Рис. 2. Парадокси, пов'язані із використанням штучного інтелекту в освіті

Автори здійснили аналіз соціальних мереж, твітів, контент-аналіз інтерв'ю та досвід користувачів щодо занепокоєння через використання ChatGPT в освіті (Tlili et al, 2023).

Існування ChatGPT вимагає перегляду форм оцінювання, наприклад, такі описові завдання як есе, повинні бути замінені на більш творчі, такі, що потребують критичного мислення та зосередження креативних зусиль студентів. Хоча ми можемо використовувати ресурс GPTZero для виявлення текстів, створених ШІ, у роботах студентів.

ChatGPT насправді є «залежним», його відповіді залежать від коректності і точності формулювання запиту (prompt), від наявності підказок та уточнень. Правильна підказка – це «ланцюжкова підказка», тобто у випадку складних завдань варто розбити підказку на кілька проміжних етапів.

Хоча інструменти ШІ мають здатність демократизувати доступ до знань, можливість доступу до цих інструментів може бути обмежена на основі наявних ресурсів, що створює додаткові проблеми доступності.

M. Farrokhnia, S. K. Vanhashem, O. Noroozi та A. Wals (2023) використовували методіку SWOT аналізу з метою виявлення сильних та слабких сторін ChatGPT та обговорювали його можливості та загрози для освіти, виокремлюючи сильні сторони ChatGPT (створення правдоподібних відповідей, здатність до самовдосконалення або самонавчання, надання персоналізованих відповідей, надання відповідей у реальному часі, зокрема для освіти, підвищення доступності інформації, сприяння індивідуальному навчанню, полегшення комплексного навчання, зменшення навантаження вчителів, наприклад, ChatGPT може створити для вас тести) та слабкі сторони (відсутність глибокого розуміння, труднощі в оцінці якості відповідей, демократизація плагіату в освіті/науці, зниження когнітивних навичок високого рівня таких як креативність, критичне мислення, здатність міркувати та вирішувати проблеми).

Мета статті. Обґрунтувати можливості використання штучного інтелекту для розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики на прикладі використання чат-бота зі штучним інтелектом ChatGPT при доведенні нерівностей.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення мети були використані методи теоретичного рівня наукового пізнання: аналіз наукової літератури, синтез, формалізація наукових джерел, опис, зіставлення, узагальнення власного досвіду.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В системі підготовки майбутніх вчителів математики важливе місце відведено такій складовій методичної компетентності як ефективне навчання учнів доводити математичні твердження. В межах курсу «Методика навчання математики» студенти вивчають логічні основи шкільного курсу математики, методи доведення теорем (аналітичний, синтетичний, метод від супротивного тощо). Проблема навчання учнів доводити математичні твердження включає: вивчення учнями готових доведень, уміння відтворювати їх; самостійна побудова ними доведень за аналогією зі зразком; пошук і виклад доведень способом, указаним учителем; самостійний пошук і проведення учнями доведень математичних тверджень; уміння аналізувати різні способи доведення твердження, порівнювати їх і визначати переваги кожного, вибирати серед декількох способів доведення раціональніший. Іншими словами, майбутній вчитель математики повинен не тільки знати і уміти доводити теореми шкільного курсу математики, вміти доводити математичні твердження, а прогнозувати типові помилки, які можуть допускати учні при їх доведенні. Але у майбутній професійній діяльності студент буде стикатися не лише з типовими помилками, але й з іншими, назовемо їх «ситуативними помилками». І в такому

випадку він повинен мати достатньо високий рівень розвитку критичного мислення, щоб їх виявляти. Особливо це стосуватиметься вчителів математики, які будуть задіяні у проведенні олімпіад різного рівня з математики.

У контексті навчання математики під критичним мисленням будемо розуміти здатність критично аналізувати інформацію, уміння бачити логічні порушення у твердженнях, усувати їх та виявляти причини допущених порушень, уміння аргументувати свої думки, наявність розумної долі сумнівів, прагнення до пошуку раціонального способу розв'язування задачі.

Зрозуміло, що передбачити всі можливі «ситуативні» помилки неможливо, оскільки це вміння напрацьовується з досвідом і є результатом роботи з багатьма учнями та їх роботами. Але в процесі підготовки майбутніх учителів математики ми можемо «симулювати» цей процес, залучивши чат-бот зі штучним інтелектом ChatGPT для розвитку критичного мислення студентів.

Наведемо у якості ілюстрації роботу із завданнями на доведення нерівностей. Зауважимо, що подібні завдання досить важко алгоритмізуються і мають значне евристичне навантаження. Завдання на доведення нерівностей передбачають досить високий рівень розвитку абстрактного мислення у учнів, сприяють формуванню його критичності, розвитку вміння аналізувати, логічно обґрунтовувати та робити потрібні висновки, а також дають можливість комплексно закріпити велике коло теоретичних питань, що вивчаються у шкільному курсі математики (зокрема, основи теорії нерівностей, питання рівносильності перетворень, властивості функцій, застосування похідної та інтеграла, використання геометричних міркувань, оцінок площ і об'ємів тощо). Саме тому завдання на доведення нерівностей є незмінними фаворитами різноманітних математичних олімпіад, конкурсів та турнірів.

Завдання на формування умінь студентів знаходити, критично оцінювати (і виправляти, якщо це можливо) помилки у доведеннях нерівностей шляхом використання у якості «учня» чат-бота зі штучним інтелектом ChatGPT доцільно розглядати в рамках групових проєктів або ж індивідуальних завдань в рамках курсу «Методика навчання математики» під час вивчення методики навчання відповідної теми, або ж при критичному аналізі помилок, які допускаються учнями при розв'язуванні задач (у даному випадку – задач на доведення) та їх видів.

Завдання для студентів.

1. Запропонуйте ChatGPT довести нерівність $1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \geq \frac{n^4}{4}$ для всіх $n \in \mathbb{N}$. Який метод доведення ChatGPT обирає першочергово?
2. Знайдіть помилки, які допускає ChatGPT (якщо такі є).
3. Вкажіть ChatGPT на його помилки. Проаналізуйте, чи виправив ChatGPT розв'язання, чи врахував Ваші попередні зауваження.
4. Запропонуйте ChatGPT те саме завдання через деякий час (тиждень, місяць). Знайдіть помилки, які допускає ChatGPT (якщо такі є). Проаналізуйте, чи врахував ChatGPT Ваші попередні зауваження.
5. Запропонуйте ChatGPT довести дану нерівність іншими методами. Скільки методів він Вам запропонував? Чи наявні в них помилки?

Результат виконання завдання 1 (рис.3).

Для доведення даної нерівності ми можемо використовувати метод математичної індукції.

Крок бази: Перевіримо, чи виконується нерівність для $n = 1$.

$$1^3 \geq \frac{1^4}{4}$$

$$1 \geq \frac{1}{4}$$

$$1 \geq \frac{1}{4}$$

Отже, нерівність справджується для $n = 1$.

Крок припущення: Припустимо, що нерівність справджується для деякого значення $n = k$, тобто

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 \geq \frac{k^4}{4}$$

Крок індукції: Доведемо, що з цього припущення випливає справедливості нерівності для $n = k + 1$.

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + (k+1)^3 \geq \frac{(k+1)^4}{4}$$

Розглянемо ліву частину цієї нерівності:

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3$$

За припущенням, $1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 \geq \frac{k^4}{4}$. Тому можемо замінити цю частину:

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 \geq \frac{k^4}{4} + (k+1)^3$$

Згрупуємо доданки:

$$\frac{k^4}{4} + (k+1)^3 = \frac{k^4}{4} + (k^3 + 3k^2 + 3k + 1)$$

Спростимо вираз:

$$\frac{k^4}{4} + (k^3 + 3k^2 + 3k + 1) = \frac{k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 4}{4} = \frac{(k+1)^4}{4}$$

Отже, ми довели, що

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + (k+1)^3 \geq \frac{(k+1)^4}{4}$$

Цим ми завершили доведення методом математичної індукції.

Отже, нерівність $1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \geq \frac{n^4}{4}$ справджується для всіх натуральних n .

Рис.3. Результат виконання завдання 1

Зауважимо, що першим серед методів ChatGPT обирає метод математичної індукції. Ймовірно, це пов'язано з тим, що в умові даної задачі є вимога «довести для всіх натуральних n ». Оскільки одним із природних та дієвих способів доведення такого роду тверджень є метод математичної індукції, то скоріше за все, чат-бот вибрав стандартний спосіб міркувань.

Результат виконання завдання 2.

Слід зауважити, що ChatGPT акуратно прописує усі кроки, які передбачає метод математичної індукції, та на перший погляд наводить правильне доведення. Проте, на останньому кроці допускає кілька помилок у тотожних перетвореннях (виділена рівність). Тому аналіз запропонованого доведення є корисною вправою з точки зору пошуку

помилку у доведенні, яке зовні виглядає правильним, та аналізу шляхів їх усунення. У даному випадку виправити помилки досить просто:

$$\begin{aligned} \frac{k^4}{4} + (k+1)^3 &= \frac{k^4}{4} + (k^3 + 3k^2 + 3k + 1) = \frac{k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 4}{4} + \frac{6k^2 + 8k + 3}{4} = \\ &= \frac{(k+1)^4}{4} + \frac{6k^2 + 8k + 3}{4} \geq \frac{(k+1)^4}{4}. \end{aligned}$$

Результат виконання завдання 3.

Повторний запит ChatGPT щодо доведення тієї ж нерівності методом математичної індукції дає наступну відповідь, використовуючи у припущенні $k \geq 1$ (рис. 4). У цьому доведенні ChatGPT допускає більшу кількість помилок у перетвореннях і також робить безпідставні висновки.

Базовий крок:
Для $n=1$, маємо $1^4 \geq (1^4)/4$, що є істинним, тому базовий крок доведений.

Крок припущення:
Припустимо, що для деякого $k \geq 1$ нерівність $1 + 2^4 + 3^4 + \dots + k^4 \geq (k^4)/4$ виконується.

Крок індукції:
Доведемо, що для $n=k+1$ також виконується нерівність.
Розглянемо суму $1 + 2^4 + 3^4 + \dots + (k+1)^4$.
За припущенням індукції, $1 + 2^4 + 3^4 + \dots + k^4 \geq (k^4)/4$.
Додаванням $(k+1)^4$ до обох сторін нерівності отримуємо:
 $1 + 2^4 + 3^4 + \dots + k^4 + (k+1)^4 \geq (k^4)/4 + (k+1)^4$
Звернімо увагу, що:

$$\begin{aligned} &(k^4)/4 + (k+1)^4 \\ &= (k^4 + 4(k+1)^4)/4 \\ &= (k^4 + 4k^4 + 12k^3 + 12k^2 + 4)/4 \\ &= [(k+1)^4 - 4k^3 - 12k^2 - 12k]/4 \end{aligned}$$

Остання нерівність виконується, оскільки $k \geq 1$, тому $k-3 \geq -2$.
Таким чином, маємо:

$$\begin{aligned} &1 + 2^4 + 3^4 + \dots + (k+1)^4 \geq (k+1)^4 (k-3)/4 + (k+1)^4 \\ &= (k+1)^4 [(k-3)/4 + 1] \\ &= (k+1)^4 [(k+1)/4] \\ &= ((k+1)^4)/4 \end{aligned}$$

Таким чином, ми довели, що при $n=k+1$ також виконується нерівність.

Отже, за принципом математичної індукції, нерівність $1 + 2^4 + 3^4 + \dots + k^4 \geq (k^4)/4$ справджується для всіх натуральних значень n .

Рис. 4. Результат виконання завдання 3

На зауваження щодо помилки у тотожних перетвореннях, ChatGPT намагається їх виправити, але це йому не вдається (рис. 5). Після того, як студент пропонує ChatGPT правильний шлях виправлення помилки, тобто наводить правильні перетворення, ChatGPT реагує коректно (рис. 6), але на запитання, які ж саме перетворення є правильними, наводить свої попередні міркування. Тобто, виправити помилку навіть зі сторонньою допомогою йому не вдається і він повертається до попереднього алгоритму (рис. 7).

Ви праві, дякую за виправлення. Ось правильне перетворення:

$$\begin{aligned} &(k^4)/4 + (k+1)^4 \\ &= (k^4 + 4(k+1)^4)/4 \\ &= (k^4 + 4k^4 + 12k^3 + 12k^2 + 4)/4 \\ &= [(k+1)^4 - 6k^3 - 12k^2 - 12k - 3]/4 \end{aligned}$$

Далі доведення продовжується аналогічно і ми приходимо до того ж результату:

$$\begin{aligned} &1 + 2^4 + 3^4 + \dots + (k+1)^4 \geq (k+1)^4 (k-3)/4 + (k+1)^4 \\ &= (k+1)^4 [(k-3)/4 + 1] \\ &= (k+1)^4 [(k+1)/4] \\ &= ((k+1)^4)/4 \end{aligned}$$

Рис. 5. Реакція (1) ChatGPT на зазначення його помилок

Ви абсолютно праві! Це правильні перетворення:

$$\begin{aligned} &(k^4)/4 + (k+1)^4 \\ &= (k^4 + 4(k+1)^4)/4 \\ &= (k^4 + 4k^4 + 12k^3 + 12k^2 + 4)/4 \\ &= [(k+1)^4 + 6k^3 + 8k^2 + 3]/4. \end{aligned}$$

Я вибачаюся за попередню помилку в моїх відповідях і дякую за корекцію. Зрозуміло, що нерівність все ще виконується, і можна продовжити доведення за принципом математичної індукції.

Рис. 6. Реакція (2) на виправлення помилок

Ви абсолютно праві, в мене сталася помилка. Правильні перетворення наступні:

$$\begin{aligned} &(k^4)/4 + (k+1)^4 \\ &= (k^4 + 4(k+1)^4)/4 \\ &= (k^4 + 4k^4 + 12k^3 + 12k^2 + 4)/4 \\ &= [(k+1)^4 - 4k^3 - 12k^2 - 12k + 3]/4 \end{aligned}$$

Отже, моя попередня відповідь була неправильною. Дякую за те, що звернули на це увагу і дозволили виправитись.

Рис. 7. Реакція (3) на виправлення помилок

Результат виконання завдання 4.

Наведемо результат доведення тієї ж нерівності, який запропонував ChatGPT через місяць (рис. 8).

Для доведення даної нерівності за допомогою математичної індукції, спочатку доведемо базовий випадок, а потім проведемо індуктивний крок.

Базовий випадок Для $n = 1$:
 Підставимо $n = 1$ в нерівність:
 $1^3 \geq (1^4)/4$
 $1 \geq 1/4$
 $1 \geq 1/4$
 Нерівність справедлива для $n = 1$.

Індуктивний крок Припустимо, що нерівність справедлива для деякого k , тобто
 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 \geq (k^4)/4$

Треба довести, що нерівність також справедлива для $k + 1$, тобто
 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k + 1)^3 \geq ((k + 1)^4)/4$

Розглянемо ліву частину нерівності для $k + 1$:
 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k + 1)^3$

За припущенням індукції, ми знаємо, що
 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 \geq (k^4)/4$

Додамо $(k + 1)^3$ до обох сторін:
 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k + 1)^3 \geq (k^4)/4 + (k + 1)^3$

Спростимо праву частину:
 $(k^4)/4 + (k + 1)^3 = (k^4)/4 + (k^3 + 3k^2 + 3k + 1)$
 $= (k^4)/4 + k^3 + (3k^2)/4 + (3k)/4 + 1$
 $= (k^4 + 4k^3 + 3k^2 + 3k + 4)/4$
 $= ((k + 1)^4)/4$

Таким чином, ми довели, що
 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k + 1)^3 \geq ((k + 1)^4)/4$

Отже, за принципом математичної індукції, нерівність $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \geq (n^4)/4$ справедлива для всіх $n \in \mathbb{N}$.

Рис. 8. Результат виконання завдання 4

Незважаючи на те, що доведення виглядає більш розгорнутим, ChatGPT допускає ті ж помилки у перетвореннях, що й першого разу. Таким чином, ChatGPT поки що не може провести повноцінне доведення даним методом і не може виправити помилки, навіть з вказівкою, як саме це зробити.

Результат виконання завдання 5.

Чат-бот ChatGPT наводить і інші способи доведення даної нерівності, використовуючи при цьому досить широкий арсенал засобів (починаючи від геометричних міркувань, методів диференціального та інтегрального числення, посилення нерівності тощо). Наведемо назви тих методів, які запропонував ChatGPT: метод знаходження верхньої межі, метод розбиття на дві частини, метод математичного аналізу, геометричний метод, метод трикутників, метод бінарних коефіцієнтів, метод антиризиці, метод перестановки, використовуючи методи диференціювання та інтегрування, метод з використанням геометричного інтуїтивного підходу, метод з використанням трикутника Паскаля, метод з використанням сумування Гауса. Проте, на жаль, усі «доведення» містять або очевидні помилки у перетвореннях, або «ховають» їх у зовні правильну оболонку міркувань. Таким чином, жодне з наведених доведень не є правильним.

Розберемося детальніше з деякими з них. Наприклад, «доведення» (методом знаходження верхньої межі, рис. 9) спирається на оцінку кожного члена суми, що стоїть у лівій частині нерівності. У доведенні допущено ряд помилок та неточностей. По-перше, у доведенні вживається термін «верхня межа послідовності», який стосується скінченної послідовності натуральних чисел. Тому у даному випадку коректніше говорити про оцінку зверху. По-друге, у третьому рядку доведення сума $1^3 + 2^3 + \dots + n^3$ зайва. По-третє, у рядках 5 та 6 зроблено дві помилки: виконано ділення лише однієї частини нерівності і змінено знак нерівності.

Ще один з методів (метод розбиття на дві частини, рис. 10), який пропонує ChatGPT також має низку недоліків.

3. Метод знаходження верхньої межі:

Можна довести, що n^3 є верхньою межею послідовності $1^3, 2^3, 3^3, \dots, n^3$. Тоді:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 \leq 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + n^3 + n^3 + \dots + n^3 \text{ (} n \text{ раз)}$$

Отримаємо:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 \leq n^4$$

Ділення обох сторін на 4 дасть нам шукану нерівність:

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \geq (n^4)/4$$

Таким чином, ми довели нерівність за допомогою методу знаходження верхньої межі.

Рис. 9. Метод знаходження верхньої межі

5. Метод розбиття на дві частини:

Розглянемо суму перших $(n/2)$ кубів та останніх $(n/2)$ кубів:

$$1^3 + 2^3 + \dots + (n/2)^3 + ((n/2)+1)^3 + ((n/2)+2)^3 + \dots + n^3$$

Для кожної з цих сум можна застосувати формулу суми кубів:

$$1^3 + 2^3 + \dots + (n/2)^3 = [(n/2)(n/2+1)/2]^2$$

$$((n/2)+1)^3 + ((n/2)+2)^3 + \dots + n^3 = [(n+1)/2 - (n/2)(n/2+1)/2]^2$$

Після спрощення та складання отримаємо:

$$1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \geq (n^4)/4$$

Таким чином, ми довели нерівність за допомогою методу розбиття на дві частини.

Рис. 10. Метод розбиття на дві частини

Проаналізуємо помилки, які допущено при використанні даного методу. По-перше, число $n/2$ не завжди є цілим і тому вказаний поділ є придатним лише для парних n . По-друге, виділена рівність неправильна (навіть при парних значеннях n). Правильним є наступний запис

$$\left(\frac{n}{2} + 1\right)^3 + \left(\frac{n}{2} + 2\right)^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{(n/2)(n/2+1)}{2}\right]^2.$$

Додаючи до останньої рівності $1^3 + 2^3 + \dots + (n/2)^3 = \left[\frac{(n/2)(n/2+1)}{2}\right]^2$, одержимо $1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$. Враховуючи тепер, що $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \geq \frac{n^2n^2}{4} = \frac{n^4}{4}$, дістаємо потрібну нерівність. Проте останній крок ChatGPT пропускає та формулює потрібний висновок.

Зауважимо, що завдання для студентів можна модифікувати, наприклад, для роботи в групах: пропонувати ChatGPT одне і те саме завдання від імені різних студентів, робити однаковий запит (промт) різними мовами тощо.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

В умовах сучасності майбутній вчитель математики повинен володіти високим рівнем розвитку критичного мислення, як невід'ємною складовою soft skills конкурентноспроможного фахівця. Новим освітнім трендом є імплементація штучного інтелекту в освітній процес. Очевидно, що високий рівень розвитку критичного мислення необхідний роботи з штучним інтелектом. Але з іншого боку, власне штучний інтелект можна розглядати як засіб розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики.

Доцільним матеріалом для розвитку критичного мислення є процес доведення математичних тверджень. Майбутній вчитель математики повинен не тільки знати і уміти доводити теореми шкільного курсу математики, вміти доводити математичні твердження, а прогнозувати типові помилки, які можуть допускати учні при їх доведенні. Ефективним варіантом імплементації штучного інтелекту у професійну підготовку майбутніх учителів математики є використання чат-боту зі штучним інтелектом ChatGPT як «симулятора» роботи з учнями та критичного оцінювання їх розв'язань на заняттях з методики навчання математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 10 Top Soft Skills for 2020: What They Are and How To Train Them (2016). <https://www.game-learn.com/en/resources/blog/top-soft-skills2020-how-to-train-them/>.
- Bogost, I. (2022). ChatGPT is dumber than you think. <https://www.theatlantic.com/technology/archive/2022/12/chatgpt-openai-artificial-intelligence-writing-ethics/672386/>.
- Cotton, D. R., Cotton, P. A., & Shipway, J. R. (2023). Chatting and cheating: Ensuring academic integrity in the era of ChatGPT. *Innovations in Education and Teaching International*, 1–12. <https://doi.org/10.1080/14703297.2023.2190148>.
- Dibble, M. (2023). Schools ban ChatGPT amid fears of artificial intelligence-assisted cheating. VOA News. <https://www.voanews.com/a/schools-ban-chatgpt-amid-fears-of-artificial-intelligence-assisted-cheating/6949800.html>.
- Farrokhnia, M., Banihashem, S. K., Noroozi, O. & Wals, A. (2023). A SWOT analysis of ChatGPT: Implications for educational practice and research, *Innovations in Education and Teaching International*. <https://doi.org/10.1080/14703297.2023.2195846>.
- Gao, J., Zhao, H., Yu, C., & Xu, R. (2023). Exploring the feasibility of ChatGPT for event extraction. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2303.03836>.
- Lecler, A., Duron, L., & Soyer, P. (2023). Revolutionizing radiology with GPT-based models: Current applications, future possibilities, and limitations of ChatGPT. *Diagnostic and Interventional Imaging*. <https://doi.org/10.1016/j.diii.2023.02.003>.
- Lim, W. M., Gunasekara, A., Pallan, J. L., Pallant, J. I., & Pechenkina, E. (2023). Generative AI and the future of education: Ragnarok or reformation? A paradoxical perspective from management educators. *The International Journal of Management Education*, 21, 100790. <https://doi.org/10.1016/j.ijme.2023.100790>.
- Lukat, A. (2023). ChatGPT banned in New York City public schools over concerns about cheating, learning development. *The Wall Street Journal*. <https://www.wsj.com/articles/chatgpt-banned-in-new-york-city-public-schools-over-concerns-about-cheating-learning-development-11673024059>.
- Marche, S. (2022). The college essay is dead. Nobody is prepared for how AI will transform academia. *The Atlantic*. <https://www.theatlantic.com/technology/archive/2022/12/chatgpt-ai-writing-college-student-essays/672371/>.
- Mhlanga, D. (2023). Open AI in education, the responsible and ethical use of ChatGPT towards lifelong learning. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.4354422>.
- Rudolph, J., Tan, S., & Tan, S. (2023). ChatGPT: Bullshit spewer or the end of traditional assessments in higher education? *Journal of Applied Learning & Teaching*, 6(1). <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.9>.
- Rusandi M., Ahman, Saripah I., Khairun D., & Mutmainnah. (2023). No worries with ChatGPT: building bridges between artificial intelligence and education with critical thinking soft skills, *Journal of Public Health*, fdad049, <https://doi.org/10.1093/pubmed/fdad049>.
- Shiri, A. (2023). ChatGPT and academic integrity. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.4360052>.
- Stokel-Walker, C. (2022). AI bot ChatGPT writes smart essays – should professors worry? *Nature*. <https://doi.org/10.1038/d41586-022-04397-7>.
- Stokel-Walker, C., & van Noorden, R. (2023). What ChatGPT and generative AI mean for science. <https://www.nature.com/articles/d41586-023-00340-6>.
- Susnjak, T. (2022). ChatGPT: The end of online exam integrity? arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.09292>.
- Tlili, A., Shehata, B., Adarkwah, M., Bozkurt, A., Hickey, D., Huang, R., & Agyemang B. (2023). What if the devil is my guardian angel: ChatGPT as a case study of using chatbots in education. *Smart Learning Environments*. 10:15. <https://doi.org/10.1186/s40561-023-00237-x>.
- Zhai, X. (2023). ChatGPT user experience: Implications for education. *Journal of Applied Learning and Teaching*. 6(1), 1-22. <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.9>.
- Концепція розвитку штучного інтелекту в Україні (2021). <https://ips.ligazakon.net/document/KR201556?an=61>.
- Міністерство освіти і науки України. Освіта 4.0: український світанок (2022). <https://mon.gov.ua/ua/news/ministr-osviti-i-nauki-ukrayini-prezentuvav-programu-velikoyi-transformaciyi-osvita-40-ukrayinskij-svitanok>.
- Нановська, В. (2023). Що треба знати про ChatGPT, щоб він став ефективним помічником, а не пасткою. *Медіамейкер*. <https://mediamaker.me/chat-bot-chatgpt-shho-potribno-znaty-vydavczyam-569/>.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- 10 Top Soft Skills for 2020: What They Are and How To Train Them (2016). <https://www.game-learn.com/en/resources/blog/top-soft-skills2020-how-to-train-them/>.
- Bogost, I. (2022). ChatGPT is dumber than you think. <https://www.theatlantic.com/technology/archive/2022/12/chatgpt-openai-artificial-intelligence-writing-ethics/672386/>.
- Cotton, D. R., Cotton, P. A., & Shipway, J. R. (2023). Chatting and cheating: Ensuring academic integrity in the era of ChatGPT. *Innovations in Education and Teaching International*, 1–12. <https://doi.org/10.1080/14703297.2023.2190148>.
- Dibble, M. (2023). Schools ban ChatGPT amid fears of artificial intelligence-assisted cheating. VOA News. <https://www.voanews.com/a/schools-ban-chatgpt-amid-fears-of-artificial-intelligence-assisted-cheating/6949800.html>.
- Farrokhnia, M., Banihashem, S. K., Noroozi, O. & Wals, A. (2023). A SWOT analysis of ChatGPT: Implications for educational practice and research, *Innovations in Education and Teaching International*. <https://doi.org/10.1080/14703297.2023.2195846>.

6. Gao, J., Zhao, H., Yu, C., & Xu, R. (2023). Exploring the feasibility of ChatGPT for event extraction. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2303.03836>.
7. Lecler, A., Duron, L., & Soyer, P. (2023). Revolutionizing radiology with GPT-based models: Current applications, future possibilities, and limitations of ChatGPT. *Diagnostic and Interventional Imaging*. <https://doi.org/10.1016/j.diii.2023.02.003>.
8. Lim, W. M., Gunasekara, A., Pallan, J. L., Pallant, J. I., & Pechenkina, E. (2023). Generative AI and the future of education: Ragnarok or reformation? A paradoxical perspective from management educators. *The International Journal of Management Education*, 21, 100790. <https://doi.org/10.1016/j.ijme.2023.100790>.
9. Lukpat, A. (2023). ChatGPT banned in New York City public schools over concerns about cheating, learning development. *The Wall Street Journal*. <https://www.wsj.com/articles/chatgpt-banned-in-new-york-city-public-schools-over-concerns-about-cheating-learning-development-11673024059>.
10. Marche, S. (2022). The college essay is dead. Nobody is prepared for how AI will transform academia. *The Atlantic*. <https://www.theatlantic.com/technology/archive/2022/12/chatgpt-ai-writing-college-student-essays/672371/>.
11. Mhlanga, D. (2023). Open AI in education, the responsible and ethical use of ChatGPT towards lifelong learning. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.4354422>.
12. Rudolph, J., Tan, S., & Tan, S. (2023). ChatGPT: Bullshit spewer or the end of traditional assessments in higher education? *Journal of Applied Learning & Teaching*, 6(1). <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.9>.
13. Rusandi M., Ahman, Saripah I., Khairun D., & Mutmainnah. (2023). No worries with ChatGPT: building bridges between artificial intelligence and education with critical thinking soft skills, *Journal of Public Health*, fdad049, <https://doi.org/10.1093/pubmed/fdad049>.
14. Shiri, A. (2023). ChatGPT and academic integrity. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.4360052>.
15. Stokel-Walker, C. (2022). AI bot ChatGPT writes smart essays – should professors worry? *Nature*. <https://doi.org/10.1038/d41586-022-04397-7>.
16. Stokel-Walker, C., & van Noorden, R. (2023). What ChatGPT and generative AI mean for science. <https://www.nature.com/articles/d41586-023-00340-6>.
17. Susnjak, T. (2022). ChatGPT: The end of online exam integrity? arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.09292>.
18. Tilili, A., Shehata, B., Adarkwah, M., Bozkurt, A., Hickey, D., Huang, R., & Agyemang B. (2023). What if the devil is my guardian angel: ChatGPT as a case study of using chatbots in education. *Smart Learning Environments*. 10:15. <https://doi.org/10.1186/s40561-023-00237-x>.
19. Zhai, X. (2023). ChatGPT user experience: Implications for education. *Journal of Applied Learning and Teaching*. 6(1), 1-22. <https://doi.org/10.37074/jalt.2023.6.1.9>.
20. Kontsepsiia rozvytku shtuchnoho intelektu v Ukraini [The concept of artificial intelligence development in Ukraine] (2021). <https://ips.ligazakon.net/document/KR201556?an=61>. (in Ukrainian).
21. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. Osvida 4.0: ukrainskyi svitanok [Ministry of Education and Science of Ukraine. Education 4.0 Ukrainian Sunrise] (2022). https://erasmusplus.org.ua/wp-content/uploads/2022/11/20221220_123446.pdf. (in Ukrainian).
22. Nanovska, V. (2023). Shcho treba znaty pro ChatGPT, shchob vin stav efektyvnym pomichnykom, a ne pastkoiu [What you need to know about ChatGPT so that it becomes an effective assistant and not a trap]. *Mediameiker – Mediamaker*. <https://mediamaker.me/chat-bot-chatgpt-shho-potribno-znaty-vydavczyam-569/>. (in Ukrainian).

