



DOI 10.31110/2413-1571-2022-033-1-010

ФОРМУВАННЯ УМІНЬ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ

Василь ШВЕЦЬ ✉

Національний педагогічний університет
 імені М.П. Драгоманова, Київ, Україна
 vasyshvets@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0003-2084-1336>

Наталія ПЕРШИНА

Національний педагогічний університет
 імені М.П. Драгоманова, Київ, Україна
 nataly_pershova@ukr.net

FORMATION OF MATHEMATICAL MODELING SKILLS DURING SOLVING APPLIED PROBLEMS OF ECONOMIC CONTENT

VasyI SHVETS ✉

M.P. Drahomanov National Pedagogical University,
 Kyiv, Ukraine
 vasyshvets@ukr.net
<https://orcid.org/0000-0003-2084-1336>

Natalia PERSHYNA

M.P. Drahomanov National Pedagogical University,
 Kyiv, Ukraine
 nataly_pershova@ukr.net

АНОТАЦІЯ

Формування проблеми. У статті звертається увага на проблему формування в старшокласників умінь і навичок математичного моделювання під час навчання математики. Під математичним моделюванням розуміється процес створення математичних моделей, їх математичне опрацювання та інтерпретація отриманих результатів (розв'язків). У повному і завершеному обсязі такий процес представлений у статті у вигляді графічної схеми (велике коло), зміст якої був розкритий в публікаціях В. Блума та Д. Лейса. Однак в такому аспекті його реалізувати під час навчання математики в старшій школі неможливо в силу багатьох причин. Зокрема тому, що старшокласники ще недостатньо підготовлені до цього інтелектуально, та й визначені програмні вимоги середньої освіти цього не передбачають. Мета статті: проілюструвати на конкретному прикладі методику розв'язання прикладних задач економічного змісту, зміст і застосування запропонованих порад, їх особливості.

Матеріали і методи. Використано теоретичні методи наукового пізнання (аналіз, синтез, зіставлення, моделювання) та емпіричні (спостереження).

Результати. У статті пропонується урізана графічна схема (мале коло), автором якої є В. Швець. Згідно з нею процес математичного моделювання пропонується розглядати під час навчання учнів розв'язуванню прикладних задач. Він має включати наступні етапи: математизацію, математичне опрацювання й інтерпретацію отриманих розв'язків на мові тієї галузі знань, на якій була сформульована прикладна задача. До кожного з етапів пропонується методичні рекомендації як допомагати учням застосовувати запропонований метод.

Висновки. Описані етапи і методичні поради ілюструються на прикладі розв'язання прикладних задач економічного змісту. Автори вважають, що економічна грамотність випускників середньої школи має бути високою. Тому разом з формуванням у старшокласників математичних компетентностей (графічної, аналітичної, обчислювальної, дослідницької тощо) мають формуватися і ключові, до яких відноситься і економічна. Тому є потреба в створенні добірки таких задач як для кожної з навчальних тем курсу алгебри і початків аналізу, так і для повторення вивченого на попередніх уроках, підсумкового повторення вивченого матеріалу з математики за курс середньої школи, підсумкової атестації у вигляді ДПА чи ЗНО.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: шкільний курс математики; прикладні задачі економічного змісту; математична модель; метод математичного моделювання; методика розв'язування прикладних задач.

ABSTRACT

Formulation of the problem. In the article we draw attention to the problem of formation of senior school students' skills and abilities of mathematical modelling during studying of mathematics. In the article, mathematical modelling means the process of creating mathematical models, their mathematical processing and interpretation of the results (solutions). In full and complete, this process is presented in the article in the form of a graphic scheme (large circle), the content of which was disclosed in the publications of W. Bloom and D. Lace. However, it is impossible to implement such scheme in the teaching of mathematics in senior school for many reasons. In particular, it is because senior school students are not yet sufficiently prepared for this intellectually, and certain program requirements for secondary education do not provide for this. The purpose of the article: to illustrate on a specific example the method of solving applied problems of economic content, the content and application of the proposed advice, their features.

Materials and methods. Theoretical methods of scientific knowledge (analysis, synthesis, comparison, modeling) and empirical (observation) are used.

Results. In the article we propose a truncated graphic scheme (small circle), the author of which is VasyI Shvets. According to it, the process of mathematical modelling is proposed to be considered during teaching students to solve applied problems. It should include the following stages: mathematization, mathematical elaboration and interpretation of the obtained solutions in the language of the field of knowledge in which the applied problem was formulated. For each stage, guidelines are offered on how to help students apply the proposed method.

Conclusions. The described stages and methodical advices we illustrated on an example of the decision of applied problems of economic content. The authors believe that the economic literacy of senior school graduates should be high. Therefore, along with the formation of mathematical competencies of senior school students (graphic, analytical, computational, research, etc.) should be formed also other key competences that includes economic competence. Applied problems with economic content should be a good tool for its formation. Therefore, there is a need to create a selection of such tasks for each of the subjects of algebra and the beginnings of analysis, and to repeat what was learned in previous lessons, final repetition of mathematics for senior school, final attestation in the form of SFA or EIA.

KEYWORDS: school course of mathematics; applied problems of economic content; mathematical model; method of mathematical modelling; methods of solving applied problems.

ВСТУП

Постановка проблеми. Математичною моделлю називають ідеальний об'єкт А, що заміняє реальний об'єкт В, в якому відношення між реальними елементами (тими, які цікавлять дослідника) замінені на математичні поняття та відношення між ними. Такі моделі можуть бути у вигляді рівнянь, нерівностей, функцій тощо.

Для цитування:

Швець В., Першина Н. Формування умінь математичного моделювання під час розв'язування прикладних задач економічного змісту. *Фізико-математична освіта*, 2022. Том 33. № 1. С. 57-62. DOI: 10.31110/2413-1571-2022-033-1-010
 Швець В., & Першина, Н. (2022). Формування умінь математичного моделювання під час розв'язування прикладних задач економічного змісту. *Фізико-математична освіта*, 33(1), 57-62. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-010>

For citation:

Shvets, V., & Pershyna, N. (2022). Formation of mathematical modeling skills during solving applied problems of economic content. *Physical and Mathematical Education*, 33(1), 57-62. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-010>
 Shvets, V., & Pershyna, N. (2022). Formuvannya umin matematychnoho modelivannya pid chas rozv'iazuvannya prykladnykh zadach ekonomichnoho zmistu [Formation of mathematical modeling skills during solving applied problems of economic content]. *Fiziko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 33(1), 57-62. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-010>

✉ Corresponding author

© V. Shvets, N. Pershyna, 2022

Математичні моделі використовують у багатьох галузях природничих та суспільних наук. Їх поділяють на: аналітичні, графічні, імітаційні, віртуальні, системні та інші. В багатьох аналітичних моделях використовують математичні методи, зокрема апарат математичного аналізу та інших розділів математики, а в імітаційних – засоби інформатики. Про це, зокрема, зазначається у роботі (Drushlyak, et al., 2020), де автори акцентують увагу на конструктивному підході до навчання моделювати цікаві криві, а також у роботі (Ковальчук, 2019), де автори виділяють основні типи інформації та програмних процедур побудови математичної моделі через застосування СКМ Maple. Математичне моделювання розглядають також науковці, R. Asemrara і T. Love (2021), F. Hou (2018), H. Jung і M. Magiera (2021), H. Li (2017) та інші.

Математичне моделювання під час розв'язання прикладних задачах – метод дослідження різних реальних процесів і явищ шляхом створення їх математичних моделей та аналізом і дослідженням цих моделей. За допомогою математичного моделювання, можна замінити досліджуваний об'єкт на його «образ» – математичну модель – і, завдяки цьому, досліджувати та аналізувати створену математичну модель на підставі аналітичних методів та обчислювальних алгоритмів.

Використання математичного моделювання в процесі розв'язування прикладних задач є важливим компонентом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики, оскільки такий метод гарно мотивує учнів на уроках до вивчення математики, сприяє розвитку їх логічного та аналітичного мислення, знаходженню алгоритмів розв'язування, кращому запам'ятовуванню отриманих знань, ілюструє практичне застосування математичних знань у побуті, у вивченні суміжних дисциплін та у майбутній професійній діяльності.

Проведений нами аналіз сучасних альтернативних шкільних підручників з алгебри та початків аналізу для 10 і 11 класів (Бевз & Бевз, 2018; Бевз & Бевз, 2019; Мерзляк та ін., 2018; Мерзляк та ін., 2019; Нелін, 2010; Нелін, 2011; Радіонова & Радченко, 2010) показав, що застосуванню методу математичного моделювання під час вивчення математики в старшій школі приділяється недостатньо уваги. Так, наприклад, було знайдено лише згадку про математичне моделювання в підручнику (Бевз & Бевз, 2018), параграф «Похідна та її застосування», розділ «Похідна як швидкість». Там показано, на прикладах фізичних задач, як можна за допомогою математичних знань знайти потрібну невідому величину, проте пояснень щодо означення математичної моделі та правил, як слід вибудовувати математичну модель до задач такого типу, немає. Тож, можна зробити висновок, що учні старшої школи мало обізнані з розв'язанням прикладних задач за допомогою математичного моделювання. Той же аналіз, підручників для старшої школи (Бевз & Бевз, 2018; Бевз & Бевз, 2019; Мерзляк та ін., 2018; Мерзляк та ін., 2019; Нелін, 2010; Нелін, 2011; Радіонова & Радченко, 2010), показав, що в курсі алгебри і початків аналізу надто мало задач економічного змісту, які на сьогодні є актуальними. Саме тому, ми й пропонуємо приділити більше уваги як методиці розв'язання прикладних задач економічного змісту так і створенню добірки таких задач для вивчення алгебри і початків аналізу в старшій профільній школі.

Аналіз актуальних досліджень. Основним методом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри і початків аналізу вважається метод математичного моделювання. Найбільш ефективним чином його можна ввести використовуючи не тільки знання з математики, а ще й застосовувати факти з інших дисциплін, які допоможуть у розв'язанні поставленої прикладної задачі.

Для того, щоб успішно розв'язати прикладну задачу, потрібно чітко знати сам процес математичного моделювання, його етапи. Розглянемо схематично цей процес і його етапи, як пропонують В. Блум та Д. Лейс (Schmelzer & Kleine, 2020).

1. Уважно вивчаємо та аналізуємо **реальну ситуацію**, яку запропоновано (яка виникла, яка потребує дослідження).
2. Осмислюємо та представляємо наведені дані у **ситуативну модель**, тобто створюємо в уяві ситуацію, за якої можливе, за наявності вказаних умов, виконання всіх зазначених вимог.
3. Виділяємо найголовніше з уявленої ситуації і таким чином вибудовуємо можливу **реальну модель** задачі.
4. Перекладаємо задачу з реальної (природної) мови галузі, де вона виникла, на мову математики, тобто створюємо можливу **математичну модель** задачі.
5. Досліджуємо дану математичну модель, використовуючи відомі знання з математики, отримуємо **(розв'язок) результати**.
6. Перекладаємо розв'язок математичної задачі з мови математики на мову галузі, де вона виникла, тобто **інтерпретуємо отримані результати в реальну модель задачі**, та перевіряємо чи всі вони задовольняють її.
7. Аналізуємо та співставляємо отримані результати з уявною ситуацією, тобто **перевіряємо результати на реальність існування**.
8. Пояснюємо та робимо **висновки щодо можливості існування** знайдених розв'язків у реальній ситуації. Ці етапи представлено нами у вигляді графічної схеми (див. рис. 1).

Запропонована графічна схема (рис. 1) притаманна процесу математичного моделювання в його повному і завершеному обсязі. (Ми називаємо її великим колом). Очевидно, що в такому вигляді її реалізувати під час навчання учнів математики неможливо в силу різних причин. Тому вважаємо, що у шкільному курсі алгебри і початків аналізу, з учнями слід використовувати спрощену модель, в якій представлені лише пункти 3-6 (див. рис. 2). Згідно цієї, урізаної схеми, готову реальну модель потрібно «перекласти» на математичну мову, після чого розв'язати отриману математичну задачу та перевірити на правильність та існування знайдені розв'язки, оскільки отримані розв'язки можуть бути і сторонніми. Інтерпретувати розв'язки математичної задачі як розв'язки прикладної. Наприклад, у задачах, де потрібно знайти кількість років, відповідь не може бути від'ємним числом.

Повну схему (велике коло) математичного моделювання, на наш погляд, корисно розглядати з учнями або на факультативних заняттях або під час виконання навчальних проєктів.

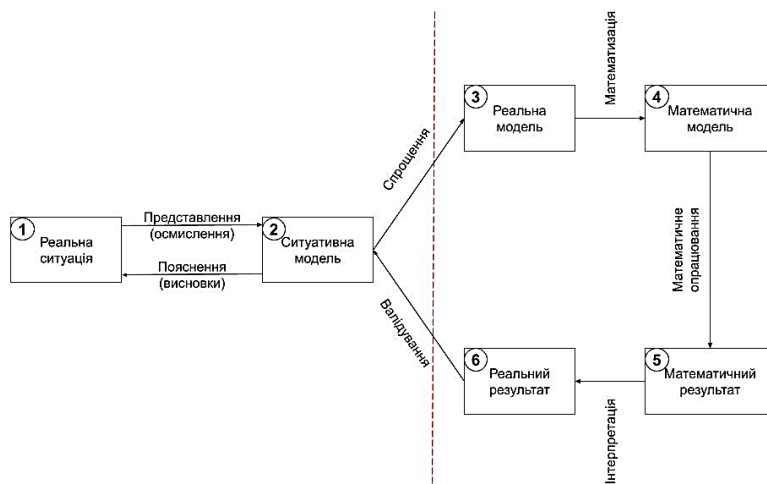


Рис. 1. Графічна схема процесу математичного моделювання (велике коло) (за В. Блумом і Д. Лейсом (Schmelzer & Kleine, 2020)).

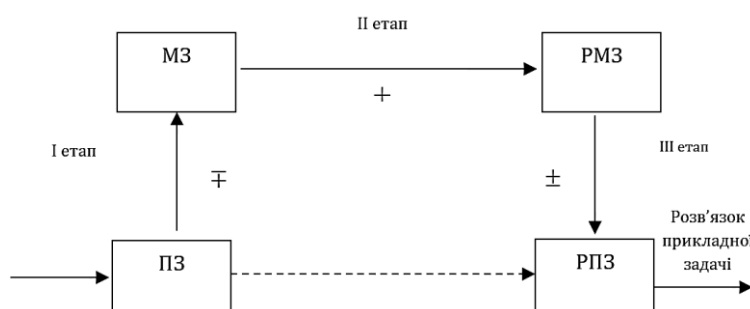


Рис. 2. Урізана графічна схема процесу математичного моделювання (мале коло) (запропонована В. О. Швецем) (Швец, 2008).

Пояснення позначок на схемі: ПЗ – прикладна задача; МЗ – математична задача; РМЗ – розв’язки математичної задачі; РПЗ – розв’язки прикладної задачі; \mp – дуже слабо володіють навичками; $+$ – добре володіють навичками; \pm – навички сформовано недостатньо.

Спеціальні дослідження, які проводив В. Швець в 2009-2010 роках, показали, що з понад 1600 випускників середньої школи, які вступали на навчання до НПУ імені М. П. Драгоманова (фізико-математичний факультет, початкової освіти, факультет педагогічно-інженерний) найбільші труднощі в учнів виникали саме на етапі перетворення прикладної задачі з природної мови на мову математики, тобто створення винахідної математичної моделі (на схемах цей етап називається математизацією). Не справилися з таким завданням майже 70 % респондентів. Якщо ж учням запропонувати готову математичну модель (рівняння, систему рівнянь тощо) то з її розв’язанням більшість справляється на належному рівні. Таке завдання виконали правильно 75 % вступників. Подальші труднощі виникали на етапі інтерпретації розв’язку математичної задачі до розв’язку прикладної. Не справились з таким завданням майже половина респондентів. Отже, на цьому етапі важливо також вчити учнів відшукувати правильні розв’язки та вміти пояснювати, чому в деяких випадках розв’язки математичної моделі будуть відрізнятися від розв’язку прикладної.

Розв’язання прикладних задач на уроках математики потребує від вчителя особливої уваги та концентрації. Для організації ефективної роботи по формуванню в учнів вмінь і навичок математичного моделювання доцільно виокремити такі етапи, до кожного з яких варто використовувати наступні прийоми:

I етап – Створення математичної моделі (математизація):

- використовувати евристичні, навідні, орієнтовані на правильну відповідь, питання;
- відділити властивості об’єкта прикладної задачі, які є неістотними для побудови математичної моделі і зосередитися на істотних;
- допомогти учням виділити та вказати відмінності між об’єктом та його моделлю;
- сформулювати умову задачі на математичній мові.

II етап – Дослідження математичної моделі (математичне опрацювання):

- використати (за необхідності) додаткові теоретичні відомості та наукові джерела;
- зробити ілюстративні графіки чи ескізи, які можуть допомогти у пошуку розв’язку (за необхідності);
- якщо потрібно, то навести учням приклади схожих ситуацій;
- довести знайдений розв’язок до числового значення або розрахункової формули.

III етап – Відбір розв’язків прикладної задачі (інтерпретація):

- враховуючи область можливих значень для даних задачі, здійснити перевірку та відібрати правильні розв’язки;
- за необхідності, оцінити ступінь точності розв’язку.

Для розв’язання прикладних задач економічного змісту, також можуть знадобитися додаткові матеріали та знання. В такому разі доцільно буде не повідомити учням необхідний додатковий матеріал (формули, визначення тощо),

а надати можливість самим проаналізувати та знайти потрібний матеріал в довідниках і застосувати отримані відомості. В цьому можуть допомогти спеціально підготовлені запитання або ж приклади схожих ситуацій. На таких уроках учні будуть зацікавлені роботою та пошуком розв'язання, їх активність та розуміння пройденого матеріалу, за допомогою закріплення його практичним використанням, буде зростати.

Мета статті. Проілюструвати на конкретному прикладі методику розв'язання прикладних задач економічного змісту, зміст і застосування запропонованих порад, їх особливість.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Використано теоретичні методи наукового пізнання (аналіз, синтез, зіставлення, моделювання) та емпіричні (спостереження).

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Проілюструємо вище сказане на прикладі розв'язання конкретної прикладної задачі:

Задача. Компанії «Омега» і «Тета» пропонують на біржі однакові партії однотипних автомобілів за різними цінами. Якщо компанія «Омега» продасть на 2, а компанія «Тета» – на 3 автомобілі менше пропонованої кількості, то перша заробить 112 тис.г.од., а друга – 135 тис.г.од. Якщо ж, навпаки, компанія «Омега» продасть на 3 автомобілі, а компанія «Тета» – на 2 автомобілі менше пропонованої кількості, то компанія «Омега» заробить на 32 тис.г.од. менше, ніж компанія «Тета». Який виторг від реалізації компаніями «Тета» і «Омега» усіх автомобілів? Скільки автомобілів збирається реалізувати кожна з компаній? (Нелін, 2010).

Розв'язання:

I етап – Створення математичної моделі (математизація):

З умови задачі можна зробити висновок, що кількість автомобілів, які реалізувала кожна з компаній, однакова, але невідома. Отже, їх можна виразити через змінні: позначимо змінною x кількість реалізованих кожного компанією автомобілів. Тоді змінною y можна позначити ціну одного автомобіля з компанії «Омега», а змінною z – ціну автомобіля компанії «Тета». Оскільки кількість автомобілів та ціна кожної одиниці з них будуть натуральними числами, то робимо висновок, що змінні x , y та z – натуральні числа.

Користуючись залежність між кількістю товару (k), ціною (c) і вартістю (v) (формулою $v = k \cdot c$) будемо математичну модель. Отримуємо систему рівнянь – математичну модель прикладної задачі, вимога якої – знайти розв'язки системи.

$$\begin{cases} (x-2)y = 112, \\ (x-3)z = 135, \\ (x-2)z - (x-3)y = 32 \end{cases}$$

II етап – Дослідження математичної моделі (математичне опрацювання):

Розв'язуємо дану систему рівнянь, використовуючи знання з алгебри. Виразивши з першого рівняння $(x-2)$ через y , а з другого рівняння $(x-3)$ через z і підставивши у третє маємо:

$$112 \frac{z}{y} - 135 \frac{y}{z} = 32; \text{ Домножимо обидві сторони рівняння на } \frac{z}{y}.$$

$$\text{Отримуємо рівняння: } 112 \left(\frac{z}{y}\right)^2 - 135 \frac{z}{y} - 32 = 0;$$

Позначивши $\frac{z}{y}$ через k , і зауважимо, що $k > 0$, отримуємо квадратне рівняння. Розв'яжемо його:

$$112k^2 - 135k - 32 = 0;$$

$$D = 1024 + 60480 = 61504; \sqrt{D} = 248;$$

Коренями рівняння будуть числа:

$$k_1 = \frac{32 + 248}{224} = \frac{280}{224} = \frac{5}{4};$$

$$k_2 = \frac{32 - 248}{224} = -\frac{216}{224} \text{ – оскільки } k_2 \text{ – від'ємне число, то відкидаємо його.}$$

Далі повертаємось до заміни: $k = \frac{z}{y}$. Величина дробу $\frac{z}{y} = \frac{5}{4}$.

Але цю величину (як дріб) можна записати у вигляді $\frac{10}{8}, \frac{15}{12}, \frac{20}{16}, \frac{25}{24} \dots$

Щоб з'ясувати, які значення можуть приймати змінні z і y , перевіримо, які з пар (5; 4), (10; 8), (15; 12), (20; 16)... будуть задовольняти систему рівнянь:

$$\begin{cases} (x-2)y = 112, \\ (x-3)z = 135 \end{cases}$$

З рівняння першого бачимо, що $x > 2$, а з другого, що $x > 3$. Розкладемо числа 112 і 135 на множники.

Число $112 = 4 \cdot 28 = 8 \cdot 14 = 16 \cdot 7$. Звідки слідує висновок, що множник y не більший за 28.

Число $135 = 5 \cdot 27 = 9 \cdot 15 = 27 \cdot 5$. Звідки слідує висновок, що множник z не більший за 27.

Такий аналіз вказує на те, що слід перевірити лише пари: (5; 4); (10; 8); (15; 12); (20; 16); (25; 20).

Отже, перевіряємо:

$$1) \text{ Пара (5; 4): – перше рівняння: } (x-2)y = 112; (x-2) \cdot 4 = 112;$$

$$x - 2 = 28; x = 30$$

$$\text{– друге рівняння: } (x-3)z = 135; (x-3) \cdot 5 = 135;$$

$$x - 3 = 27; x = 30$$

Значення $z=5$, $y=4$, $x=30$ – натуральні числа, розв'язки системи.

$$2) \text{ Пара } (10; 8): \text{ – перше рівняння: } (x-2)y = 112; (x-2) \cdot 8 = 112;$$

$$x-2 = 14; x = 16$$

– друге рівняння: $(x-3)z = 135; (x-3) \cdot 10 = 135;$

$$x-3 = 13,5; x = 16,5$$

Змінна x набуває різних значень, що неможливо. Отже, пара $(10; 8)$ не є розв'язком системи.

$$3) \text{ Пара } (15; 12): \text{ – перше рівняння: } (x-2)y = 112; (x-2) \cdot 12 = 112;$$

$$x-2 = \frac{112}{12}; x = 11\frac{1}{3}$$

$x = 11\frac{1}{3}$ – не натуральне число. Отже, пара $(15; 12)$ не є розв'язком системи.

$$4) \text{ Пара } (20; 16): \text{ – перше рівняння: } (x-2)y = 112; (x-2) \cdot 16 = 112;$$

$$x-2 = 7; x = 9$$

– друге рівняння: $(x-3)z = 135; (x-3) \cdot 20 = 135;$

$$x-3 = 6,75; x = 9,75$$

Змінна x набуває різних значень, що неможливо. Отже, пара $(10; 8)$ не є розв'язком системи.

$$5) \text{ Пара } (25; 20): \text{ – перше рівняння: } (x-2)y = 112; (x-2) \cdot 20 = 112;$$

$$x-2 = 5,6; x = 7,6$$

$x = 7,6$ – не натуральне число. Отже, пара $(25; 20)$ не є розв'язком системи.

Таким чином, встановлюємо, що розв'язком системи рівнянь будуть числа: $x = 30$, $y = 4$, $z = 5$.

III етап – Відбір розв'язків прикладної задачі (інтерпретація):

Виходячи з умови прикладної задачі маємо, що вартість одного автомобіля компанії «Тета» становить 5 тис.г.од., а одного автомобіля компанії «Омега» - 4 тис.г.од.

Кількість автомобілів, які збирається реалізувати кожна з компаній $x = 30$.

Отже, компанії збираються продати по 30 автомобілів кожна.

Знаходимо можливий вигодогосподарський вибір кожної з компаній:

$$5 \cdot 30 = 150 \text{ (тис. г. од.) – вигодогосподарський вибір компанії "Тета";}$$

$$4 \cdot 30 = 120 \text{ (тис. г. од.) – вигодогосподарський вибір компанії "Омега"}$$

Формуємо відповідь до прикладної задачі.

Відповідь: компанії збираються реалізувати по 30 автомобілів кожна; можливий вигодогосподарський вибір компанії «Тета» становитиме 150 тис.г.од., а компанії «Омега» - 120 тис.г.од.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Підсумовуючи зміст статті, можна стверджувати, що використання прикладних задач з економічним змістом на уроках алгебри та початків аналізу в старшій школі є необхідним, можливим, і доцільним з багатьох причин. На прикладах розв'язання таких задач, які несимуть ймовірний реальний зміст, учням буде цікаво, і більш вмотивовано вивчати математику. Таких задач має бути достатня кількість в шкільних підручниках, дидактичних посібниках. Вони будуть корисними для всіх учнів, і, зокрема, для тих, які планують вступати на економічні факультети. Тож є потреба в створенні добірки таких задач, їх апробації і впровадження в процес навчання математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Chalmers, C. (2018). Robotics and computational thinking in primary school. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 17, 93-100. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2018.06.005>.
- Asempapa, R.S., & Love, T.S. (2021). Teaching math modeling through 3D-printing: Examining the influence of an integrative professional development. *School science and mathematics*, 121(2), 85-95. <https://doi.org/10.1111/ssm.12448>.
- Drushlyak, M. G., Semenikhina, O. V., Proshkin, V. V., Kharchenko, S. Y., & Lukashova, T. D. (2020). Methodology of formation of modeling skills based on a constructive approach (on the example of geogebra). Paper presented at the *CEUR Workshop Proceedings*, 2879, 458-472.
- Hou, F.B. (2018). Research and Application of Mathematical Modeling in the Cultivation of College Students' Mathematical Core Literacy. *4th International Conference on Education Management and Information Technology (ICEMIT)*, (pp. 906-909), Changchun, Peoples R China.
- Jung, H., & Magiera, M.T. (2021). Connecting mathematical modeling and social justice through problem posing. *Mathematical thinking and learning*, <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1966713>.
- Li, H.Y. Exploration on Teaching Reform of a Mathematical Modeling Course. *Agro food industry hi-tech*, 28(1), 479-483.
- Schmelzer, N., & Kleine, M. (2020). Basic education and fundamental ideas – clear combination of mathematical structures. *Фізико-математична освіта*, 1 (23), 177-175. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2020-023-1-029>.
- Бевз, Г. П., & Бевз, В. Г. (2018). *Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія*. Рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. К. : Видавничий дім «Освіта».
- Бевз, Г. П., & Бевз, В. Г. (2019). *Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія*. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. К. : Видавничий дім «Освіта».
- Ковальчук, М.Б. (2019). Моделювання задач математичної фізики в системі комп'ютерної математики Maple. *Фізико-математична освіта*, 2(20), 40-47. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-007>.
- Лях, С. (2007). *Економіка в задачах з математики*. Київ: Шк. світ.
- Мерзляк, А. Г., Номіровський, Д. А., Полонський, В. Б., & Якір, М. С. (2018). *Алгебра і початки аналізу* : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія.
- Мерзляк, А. Г., Номіровський, Д. А., Полонський, В. Б., & Якір, М. С. (2019). *Алгебра і початки аналізу* : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія.
- Нелін, Є. П. (2010). *Алгебра і початки аналізу*: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень. Х.: Гімназія.
- Нелін, Є. П., & Долгова, О.Є. (2011). *Алгебра*. 11 клас: підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, проф. рівень. Х.: Гімназія.
- Радіонова, І. Ф., & Радченко, В. В. (2010). *Економіка* (профільний рівень) 10 клас. Кам'янець-Подільський: Аксіома.

17. Соколенко, Л.О., Філон, Л.Г., & Швець, В.О. (2010). *Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум*. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова.
18. Швець, В. А. (2008). О прикладной направленности школьного курса математики. *Дидактика математики: проблемы і дослідження*, 30, 135-142.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Chalmers, C. (2018). Robotics and computational thinking in primary school. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 17, 93-100. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2018.06.005>.
2. Asempapa, R.S., & Love, T.S. (2021). Teaching math modeling through 3D-printing: Examining the influence of an integrative professional development. *School science and mathematics*, 121(2), 85-95. <https://doi.org/10.1111/ssm.12448>.
3. Drushlyak, M. G., Semenikhina, O. V., Proshkin, V. V., Kharchenko, S. Y., & Lukashova, T. D. (2020). Methodology of formation of modeling skills based on a constructive approach (on the example of geogebra). Paper presented at the *CEUR Workshop Proceedings, 2879*, 458-472.
4. Hou, F.B. (2018). Research and Application of Mathematical Modeling in the Cultivation of College Students' Mathematical Core Literacy. *4th International Conference on Education Management and Information Technology (ICEMIT)*, (pp. 906-909), Changchun, Peoples R China.
5. Jung, H., & Magiera, M.T. (2021). Connecting mathematical modeling and social justice through problem posing. *Mathematical thinking and learning*, <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1966713>.
6. Li, H.Y. Exploration on Teaching Reform of a Mathematical Modeling Course. *Agro food industry hi-tech*, 28(1), 479-483.
7. Schmelzer, N., & Kleine, M. (2020). Basic education and fundamental ideas – clear combination of mathematical structures. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 1 (23), 177-175. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2020-023-1-029>.
8. Bezv, G. P., & Bezv, V. G. (2018). *Matematyka : Alhebra i pochatky analizu ta heometriia [Mathematics: Algebra and the beginnings of analysis and geometry]*. Riven standartu : pidruch. dlia 10 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. K. : Vydavnychiy dim «Osvita. (in Ukrainian).
9. Bezv, G. P., & Bezv, V. G. (2019). *Matematyka : Alhebra i pochatky analizu ta heometriia [Mathematics: Algebra and the beginnings of analysis and geometry]*. Riven standartu : pidruch. dlia 11 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity. K. : Vydavnychiy dim «Osvita. (in Ukrainian).
10. Kovalchuk, M.B. (2019). Modeliuvannia zadach matematychnoi fizyky v systemi kompiuternoї matematyky Maple [Modeling the mathematical physics problem in the computer mathematics system Maple]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 2 (20), 40-47. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-007>. (in Ukrainian).
11. Lyakh, S. (2007). *Ekonomika v zadachakh z matematyky [Economics in problems in mathematics]*. Kyiv: Shk. svit. (in Ukrainian).
12. Merzlyak, A.G., Nomirovsky, D.A., Polonsky, V.B., & Yakir, M.S. (2018). *Alhebra i pochatky analizu : prof. riven : pidruch. dlia 10 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Algebra and the beginnings of analysis: prof. level: textbook. for 10 classes. institutions of general secondary education]*. Kh. : Himnaziia. (in Ukrainian).
13. Merzlyak, A.G., Nomirovsky, D.A., Polonsky, V.B., & Yakir, M.S. (2019). *Alhebra i pochatky analizu : prof. riven : pidruch. dlia 11 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Algebra and the beginnings of analysis: prof. level: textbook. for 11 classes. institutions of general secondary education]*. Kh. : Himnaziia. (in Ukrainian).
14. Nelin, E.P. (2010). *Alhebra i pochatky analizu: pidruch. dlia 10 kl. zahalnoosvit. navchaln. zakladiv: akadem. riven [Algebra and the beginnings of analysis: textbook. for 10 classes. general education. educational institutions: academy. Level]*. Kh.: Himnaziia. (in Ukrainian).
15. Nelin, E.P., & Dolgova, O.E. (2011). *Alhebra. 11 klas: pidruch. dlia zahalnoosvit. navchaln. zakladiv: akadem. riven, prof. riven [Algebra. Grade 11: textbook. for general education. educational institutions: academy. level, prof. Level]*. Kh.: Himnaziia. (in Ukrainian).
16. Radionova, I.F., & Radchenko, V.V. (2010). *Ekonomika (profilnyi riven) 10 klas [Economics (profile level) 10th grade]*. Kamianets-Podilskyi: Aksioma. (in Ukrainian).
17. Sokolenko, L.O., Filon, L.G., & Shvets, V.O. (2010). *Prykladni zadachi pryrodnychoho kharakteru v kursy alhebyry i pochatkiv analizu: praktykum [Applied problems of a natural nature in the course of algebra and the beginnings of analysis: a workshop]*. Kyiv: NPU imeni M. P. Drahomanova. (in Ukrainian).
18. Shoemaker, V.A. (2008). O prikladnoy napravlenosti shkol'nogo kursa matematiki [About the applied orientation of the school course of mathematics]. *Dydaktyka matematyky: problemy i doslidzhennia – Didactics of Mathematics: Problems and Research*, 30, 135-142. (in Russian).

