

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.
 Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



p-ISSN 2413-1571
 e-ISSN 2413-158X

DOI: 10.31110/2413-1571
<https://fmo-journal.org/>

DOI 10.31110/2413-1571-2021-032-6-007

УДК 373:519.6 : 004.4

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ ФІЗИКА

Ірина СОЛОШИЧ

Кременчуцький національний університет
 імені Михайла Остроградського, Україна
 soloishych@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8842-5120>

Олена КОБИЛЬСЬКА ✉

Кременчуцький національний університет
 імені Михайла Остроградського, Україна
 kobilskaya1983@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4210-1534>

Віктор ЛЯШЕНКО

Кременчуцький національний університет
 імені Михайла Остроградського, Україна
 viklyash2903@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4538-631X>

THE USE OF MATHEMATICS SOFTWARE DURING STUDY OF THE ACADEMIC DISCIPLINE OF PHYSICS

Irina SOLOSHICH

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyy
 National University, Ukraine
 soloishych@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8842-5120>

Olena KOBILSKAYA ✉

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyy
 National University, Ukraine
 kobilskaya1983@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4210-1534>

Viktor LYASHENKO

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyy
 National University, Ukraine
 viklyash2903@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-4538-631X>

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Студенти вищих навчальних закладів повинні мати уявлення про комп'ютерні моделі, вільно орієнтуватися у сучасних програмних продуктах, зокрема системах комп'ютерної математики та вміти використовувати їх під час розв'язування фізичних задач. Застосування системи комп'ютерної математики Mathcad сприяє отриманню навичок аналізу та пошуку оптимальних рішень проблем, що виникають не тільки при вивченні навчальної дисципліни «Фізика», а й під час розв'язання професійних задач, підвищує зацікавленість студентів до вивчення фізики, покращує результати навчальних досягнень.

Матеріали і методи. У процесі дослідження використовувались наступні методи: теоретичні (аналіз науково-методичної літератури для виявлення стану розробленості проблеми використання можливостей систем комп'ютерної математики під час вивчення навчальної дисципліни «Фізика»); емпіричні (спостереження, аналіз та систематизація). Для розв'язування задач розділу «Кінематика» запропоновано використовувати систему комп'ютерної математики Mathcad. Показано, як за допомогою інструментів Mathcad можна інтегрувати вирази, будувати графіки функцій, розв'язувати систему рівнянь (блок Given-Find), здійснювати пошук максимального значення (блок Given-Maximize).

Результати. В роботі досліджуються методичні аспекти застосування системи комп'ютерної математики Mathcad під час виконання практичних задач з навчальної дисципліни «Фізика». Розглянуто ряд задач розділу «Кінематика», зокрема задачі, в яких визначаються екстремальні значення шуканих величин (максимальна висота, максимальний кут нахилу). Для розв'язування задач запропоновано використовувати систему комп'ютерної математики Mathcad. Показано, що система Mathcad дозволяє ефективно реалізовувати такі важливі етапи розв'язання задачі пошуку екстремуму як побудова графіка, диференціювання, пошук екстремуму за допомогою спеціальних функцій в Mathcad. Застосування систем комп'ютерної математики у навчальному процесі при вивченні дисципліни «Фізика» студентами завдяки потужній графіці, засобам візуального програмування позитивно впливає на оволодіння навичками практичного використання професійних знань на основі законів фізики.

ABSTRACT

Formulation of the problem. Higher education students must have an understanding of computer models, be fluent in modern software products, including mathematics software, and be able to use them in solving physical problems. The use of mathematics software Mathcad helps to gain skills in analyzing and finding optimal solutions to problems, that arise not only in the study of "Physics", but also in solving professional problems, increases students' interest in studying physics, improves academic performance.

Materials and methods. In the course of the research, the following methods were used: theoretical (analysis of scientific and methodological literature to identify the state of development of the problem of using the capabilities of computer mathematics systems in the study of the academic discipline «Physics»); empirical (observation, analysis and systematization). To solve the problems of the subfield of physics «Kinematics» it is proposed to use the mathematics software Mathcad. It is shown how, using Mathcad tools, one can integrate expressions, build graphs of a function, solve a system of equations (Given-Find block), search for the maximum value (Given-Maximize block).

Results. The paper investigates the methodological aspects of using the mathematics software Mathcad for solving practical problems in the academic discipline «Physics». Several problems of the subfield of physics «Kinematics» are considered, including the problems in which the extreme values of the sought quantities are determined (maximum height, maximum angle of inclination). To solve the problems, it was proposed to use the mathematics software Mathcad. It is noted that Mathcad makes it possible to effectively implement such important stages of solving the problem of finding an extremum as: plotting, differentiating, searching for an extremum using special functions in Mathcad. It is noted that the use of the mathematics software Mathcad contributes to the acquisition of the skills of analysis and the search for optimal solutions not only during the study of the academic discipline «Physics», but also during the solution of professional problems, increases the interest of students in the study of physics, improves the results of educational achievements. The use of mathematics software in the educational process during the study of the discipline «Physics» due to the powerful graphics, visual programming tools has a positive effect on the mastery of students the skills of practical use of professional knowledge based on the laws of physics.

Для цитування:

Солошич І., Кобильська О., Ляшенко В. Використання систем комп'ютерної математики під час вивчення навчальної дисципліни фізика. *Фізико-математична освіта*, 2021. Том 32. № 6. С. 41-48. DOI: <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2021-032-6-007>

For citation:

Soloshich, I., Kobilskaya, O., & Lyashenko V. (2021). The use of mathematics software during study of the academic discipline of physics. *Physical and Mathematical Education*, 32(6), 41-48. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2021-032-6-007>

Soloshich, I., Kobilskaya, O., & Lyashenko V. (2021). Vykorystannya system kompiuternoї matematyky pid chas vyvchennia navchalnoї dyscypliny fizyka [The use of mathematics software during study of the academic discipline of physics]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 32(6), 41-48. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2021-032-6-007>

✉ Corresponding author

© I. Soloshich, O. Kobilskaya, V. Lyashenko, 2021

Висновки. У сучасних реаліях в умовах запровадження інформаційних технологій в навчальний процес одним із актуальних шляхів підвищення ефективності вивчення навчальної дисципліни «Фізика» є використання систем комп'ютерної математики для числових розрахунків під час розв'язання задач, обробки експериментальних даних і вивчення фізичних явищ. Впровадження системи комп'ютерної математики Mathcad під час вивчення навчальної дисципліни «Фізика» показало його ефективність, адже широкий набір можливостей даного програмного пакету дає змогу ефективно розв'язувати задачі різного рівня складності, сприяє більш глибокому розумінню фізичних законів і явищ як під час аудиторних занять, так і при самостійному опрацюванні.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: система комп'ютерної математики; навчальна дисципліна «Фізика»; практичні заняття; задачі кінематики; екстремальні значення величин.

Conclusions. In modern realities in the introduction of information technology in the educational process, one of the most important ways to improve the study of «Physics is to use mathematics software for numerical calculations in solving problems, processing experimental data and studying physical phenomena. The introduction of the mathematical software Mathcad during the study of the academic discipline «Physics» has shown its effectiveness, because a wide range of capabilities of this software package allows you to effectively solve problems of varying degrees of complexity, contributes to a deeper understanding of physical laws and phenomena both during classroom lessons and during independent learning.

KEYWORDS: mathematical software; academic discipline «Physics»; practical classes; problems of kinematics; extreme values.

ВСТУП

Постановка проблеми. Сучасний період розвитку вищої освіти України характеризується активним впровадженням інформаційних технологій і збільшенням кількості годин на самостійне опанування студентами навчального матеріалу, що призводить до перегляду методичного забезпечення навчального процесу, модернізації практичних занять з використанням систем комп'ютерної математики.

У концепції інформатизації навчальної та наукової діяльності зазначено про необхідність впровадження у навчальний процес програмних засобів навчання, що веде до підвищення ефективності навчання (Закон України «Про концепцію національної програми інформатизації», 1998).

Впровадження спеціального програмного забезпечення у навчальний процес сприяє підвищенню рівня розуміння фізичного матеріалу, забезпечує поєднання знаково-символічного й образного мислення, спрощує та автоматизує фізичні обчислення.

Однією із вимог, які висувають роботодавці до сучасного фахівця є здатність аналітично мислити, вміти застосувати спеціальне програмне забезпечення для ефективного виконання професійних завдань. Тому важливою складовою роботи будь-якого закладу вищої освіти є формування у студентів здатності і готовності до ефективного використання знань і умінь та застосування сучасних засобів інформаційних та комп'ютерних технологій, прикладних математичних пакетів до розв'язання фізичних та математичних задач та інших професійних цілей.

Педагогічний досвід розв'язування задач під час вивчення навчальної дисципліни «Фізика» дає підстави стверджувати, що в процесі розв'язування фізичних задач у студентів виникають труднощі при побудові графіків та обробці даних.

До програмних засобів, призначених не тільки для механізації обчислювальних робіт і прийняття логічних рішень, але й для візуалізації фізичних явищ і процесів, їх моделювання, відносяться системи комп'ютерної математики (GRAN, Derive, MathCad, MatLab, Maple, Mathematica та інші) (Єфименко, 2018).

Аналіз актуальних досліджень. Різні дидактичні та методичні аспекти впровадження систем комп'ютерної математики у навчальний процес закладів вищої освіти розглядалися багатьма науковцями (Мислінчук та ін., 2014; Сосницька, 2001; Заболотний, 2006). Питанням автоматизації процесу розв'язування задач з фізики та впровадження комп'ютерного моделювання займалися (Ковальчук, 2019; Корнійчук, 2016; Мілюкова, 2019; Чорнобай, 2014).

Незважаючи на значний обсяг напрацювань теоретичного та прикладного характеру із залучення систем комп'ютерної математики у навчальний процес та автоматизації процесу розв'язування задач з фізики, можна говорити про недостатню увагу, яку приділяють науковці даному питанню.

Мета статті полягає у висвітленні питання використання систем комп'ютерної математики під час розв'язування задач з фізики у закладах вищої освіти.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

У процесі дослідження використовувались наступні методи: теоретичні (аналіз науково-методичної літератури для виявлення стану розробленості проблеми використання можливостей систем комп'ютерної математики під час вивчення навчальних дисциплін «Фізика» та «Математика».); емпіричні (спостереження, аналіз та систематизація), для отримання інформації про доцільність використання систем комп'ютерної математики під час вивчення дисциплін природничого спрямування, зокрема «Фізика» та «Математика». Методологічною основою дослідження є комплексний підхід, що поєднує традиційні форми розв'язування фізичних задач з використанням програмного пакету Mathcad.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Підготовка майбутніх фахівців у закладах вищої освіти на сучасному етапі передбачає використання програмно-технічних засобів та інформаційних технологій для комплексного розв'язування не тільки фізичних, а й професійних задач. Наразі існує велика кількість програмних пакетів придатних для розв'язування прикладних задач з фізики.

У своєму дослідженні будемо спиратися на визначення поняття «системи комп'ютерної математики – це засоби, які автоматизують як виконання чисельних так і аналітичних обчислень. Їх використовують під час розв'язання наукових, професійних, навчальних задач, наочної візуалізації даних і результатів обчислень і як зручні та повні довідники з математичних обчислень (Кравченко & Микитенко, 2018).

Під час розв'язування фізичних задач у студентів виникають труднощі, тому що їх розв'язування потребує використання складного математичного апарату у вигляді громіздких формул з наближеною, а не аналітичною відповіддю (Dydenchuk & Khalanchuk, 2020), що сприяє удосконаленню навичок використання математичних методів, але веде до втрати практичної значущості розв'язку завдання.

Застосування систем комп'ютерної математики у навчальному процесі при вивченні дисциплін «Фізика» та «Математика» студентами завдяки потужній графіці, засобам візуального програмування, має особливе значення, оскільки (з нашого досвіду) впливає на оволодіння навичками практичного використання професійних знань на основі законів фізики.

Навчальна дисципліна «Фізика», як правило, вивчається на першому курсі і містить такі розділи, як класична механіка, молекулярна фізика та термодинаміка, електрика і магнетизм, коливання і хвилі, основи атомної і ядерної фізики, при вивченні яких доводиться розв'язувати досить складні задачі, аналізувати чисельні результати, будувати графіки та виявляти на цій основі емпіричні залежності. На жаль, більшість студентів має досить слабкі навички побудови графіків та їх аналізу, знаходження похідної, обчислення інтегралів або розв'язування диференціальних рівнянь, тому використання засобів комп'ютерної математики дозволить будувати їх в автоматичному режимі з мінімальною витратою часу.

Серед переваг використання систем комп'ютерної математики при розв'язуванні практичних задач з фізики є їх візуалізація; підвищення якості дослідження; полегшення процесу обробки отриманих розрахунків; виняткова простота і широкі можливості редагування даних; зберігання для спільного використання та обговорення; можливість, завдяки посиленню в межах документу звертатися до теоретичних даних.

Спираючись на дослідження П.М. Ерднієва та Б. М. Ерднієва Б.М. (Ерднієв & Ерднієв, 1986), вважаємо, що в умовах зростаючого інформаційного навантаження використання систем комп'ютерної математики при вивченні навчальної дисципліни «Фізика» є надзвичайно актуальним, тому що сприяє процесу цілісної переробки інформації.

За останні роки розроблено низку універсальних математичних пакетів (Derive, MathCad, MathLab, Maple, Mathematica, MuPad) (Жалдак, 2003) зі зручним інтерфейсом, в яких реалізовано значну кількість стандартних та спеціальних математичних операцій та функцій, потужні графічні засоби дво- і тривимірної графіки, власні мови програмування, засоби підготовки математичних текстів для друку, експортування даних в інші програмні продукти та імпортування з них даних для опрацювання (Хрипко, 2018).

Серед них слід виділити систему комп'ютерної математики Mathcad, який:

- має зручність інженерного блокнота та інтерфейс з природним математичним представленням та інтелектуальним управлінням одиницями вимірювання;
- має інтуїтивний та простий для використання інтерфейс користувача;
- забезпечує набагато точніші результати, ніж електронні таблиці;
- має для введення формул та даних як клавіатуру, так і спеціальні панелі інструментів;
- дозволяє документувати найважливіші розрахунки так само просто, як робити записи в блокноті.

З огляду на це, нами досліджувались методичні аспекти використання системи комп'ютерної математики Mathcad під час виконання практичних задач з навчальної дисципліни «Фізика», що об'єднує в собі можливості математичної підтримки, побудову графіків та містить вбудовану мову програмування.

Як приклад, розглянемо можливості застосування системи комп'ютерної математики Mathcad у процесі вивчення розділу «Кінематика», знання якого має важливе значення в майбутній професійній діяльності фахівців різних спеціальностей. Серед різноманіття задач кінематики зустрічаються такі, в яких визначаються екстремальні значення величин (максимальна висота, максимальний кут нахилу і т. ін.). Тут на розв'язок одночасно впливають кілька факторів, одні з яких сприяють їх збільшенню, а інші – зменшенню. Способи знаходження екстремумів в залежності від конкретних умов в задачах можуть бути різними. Універсальний метод знаходження екстремуму базується на застосуванні диференціального числення і представленні результатів у вигляді графіка. У системі комп'ютерної математики Mathcad вбудовано декілька різних типів графіків. Керуючи установками численних параметрів, можна створювати комбінації різних типів, будувати перерізи, створювати анімації та ін. Для розв'язування задач пошуку максимуму і мінімуму в Mathcad є вбудовані функції Minerr, Minimize і Maximize.

Для наочної демонстрації можливостей системи комп'ютерної математики Mathcad під час розв'язування практичних задач з навчальної дисципліни «Фізика» пропонуємо розглянути нижче наведені приклади з розділу «Кінематика».

Розглянемо приклад розв'язання фізичної задачі на екстремум.

Задача 1. Снаряд вилітає з гармати із точки А і влучає в гору в точці В (рис. 1) :

1) Якщо початкова швидкість $u = 400 \frac{M}{c}$, визначте два кути прицілу θ , які дозволять снаряду потрапити у ціль В в

горі і графіки двох траєкторій снаряду.

2) Визначте найменшу початкову швидкість, яка дозволить снаряду влучити у ціль В і кут, під яким має бути випущено снаряд.

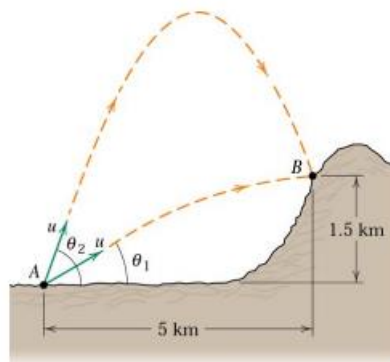


Рис. 1. Умови задачі 1

Розмістимо систему координат у точці А. Початкові складові швидкості описуються формулою:

$$(v_x)_0 = u \cos \theta, \quad (v_y)_0 = u \sin \theta, \quad (1)$$

Проекції прискорення мають вигляд:

$$a_x = 0, \quad a_y = -g \quad (2)$$

Проінтегруємо (2) двічі в MathCad і використовуючи початкові умови (1) отримаємо:

$$x = u \cos \theta t \quad y = u \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3)$$

Дамо відповідь на запитання 1) задачі 1 (визначте два кути прицілу θ , які дозволять снаряду потрапити у ціль В) за умови, що $x = 500\text{ м}$, $y = 1500\text{ м}$ і $u = 400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Для цього підставивши ці значення в рівняння (3) отримаємо систему рівнянь:

$$5000 = 400 \cos \theta t \quad 1500 = 400 \sin \theta t - \frac{1}{2} (9,81) t^2 \quad (4)$$

Розв'язання рівнянь (4) за допомогою системи комп'ютерної математики Mathcad дає чотири розв'язки, два з яких відповідають від'ємним значенням часу, тому їх не будемо враховувати (рис. 2).

$$\begin{aligned} x(\theta, t) &:= 400 \cdot \cos(\theta) \cdot t & y(\theta, t) &:= 400 \cdot \sin(\theta) \cdot t - \frac{9.81 \cdot t^2}{2} \\ \text{Given} & & & \\ 5000 &= 400 \cdot \cos(\theta) \cdot t & & \\ 1500 &= 400 \cdot \sin(\theta) \cdot t - \frac{9.81 \cdot t^2}{2} & & \\ \text{Find}(\theta, t) &\rightarrow \begin{pmatrix} -1.7350349681568043127 & -2.6858972177500184530 & .45569543583977478547 & 1.4065576854329889258 \\ -76.452007728583426926 & -13.920516408172829238 & 13.920516408172829238 & 76.452007728583426926 \end{pmatrix} \\ & & t_{B1} &= 13.9205 \text{ secs} \quad \theta_1 = 0.4557 \text{ rads} (26.6^\circ) \\ & \text{and} & t_{B2} &= 76.4520 \text{ secs} \quad \theta_2 = 1.4066 \text{ rads} (80.6^\circ) \\ & & \theta_1 &:= 0.4557 & \theta_2 &:= 1.4066 \\ & & t_1 &:= 0, .05 .. 13.9205 & t_2 &:= 0, .05 .. 76.452 \end{aligned}$$

Рис. 2. Результати розв'язання задачі за допомогою системи комп'ютерної математики MathCad

Побудуємо за допомогою системи комп'ютерної математики Mathcad графіки траєкторій руху снаряду, використовуючи наступний алгоритм дій: функція Вставка> Графік> Тип графіка, або скориставшись панеллю інструментів Графік (рис. 3).



Рис. 3. Панель інструментів графік

В результаті автоматичного розрахунку отримані графіки траєкторій руху снаряду, що відповідають значенням θ_1 та θ_2 (рис. 4).

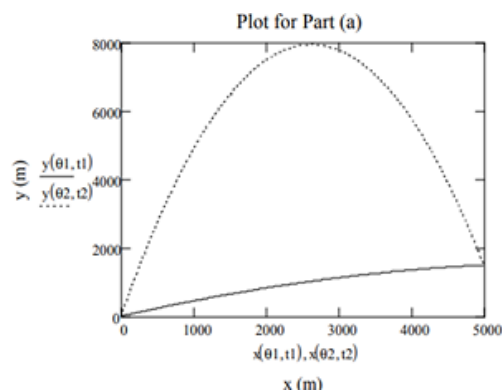


Рис. 4. Графіки траєкторій руху снаряду, що відповідають значенням θ_1 та θ_2

Дамо відповідь на запитання 2) задачі 1. Для того, щоб знайти найменшу початкову швидкість, яка дозволить снаряду влучити у точку В і кут, під яким має бути випущено снаряд: Крок (а). Виключимо t із двох рівнянь системи (4) і

представимо u як функцію θ . Крок (b). Продиференціюємо отриману функцію за θ та розв'яжемо перше рівняння системи (4) відносно значення u .

Крок (a)

$$u = \frac{5000}{t \cos \theta}$$

Підставимо у друге рівняння системи (4) значення u і розв'яжемо його відносно t :

$$1500 = 5000 \tan \theta - \frac{1}{2} g t^2, \quad t = \sqrt{2(5000 \tan \theta - 1500) / g}$$

Таким чином отримуємо:

$$u = \frac{5000}{\cos \theta \sqrt{2(5000 \tan \theta - 1500) / g}}$$

Запишемо отриману функцію в MathCad і там же виконаємо крок (b), а саме – отримаємо мінімальну швидкість і відповідний кут:

$$u(\theta) := \frac{5000}{\cos(\theta) \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{5000 \cdot \tan(\theta) - 1500}{9.81}}}$$

Given

$$\frac{d}{d\theta} u(\theta) = 0$$

$$\text{Find}(\theta) \rightarrow (-.63966976615851476362 \quad .93112656063638185562)$$

$$\theta_m := .93112656063638185562$$

$$u_m := u(\theta_m)$$

$$u(\theta_m) = 256.758$$

$$x_m(t) := u_m \cdot \cos(\theta_m) \cdot t \quad y_m(t) := u_m \cdot \sin(\theta_m) \cdot t - \frac{9.81 \cdot t^2}{2} \quad +$$

Рис. 5. Результати розв'язання задачі за допомогою системи комп'ютерної математики MathCad

Знайдемо час польоту і побудуємо графік, що відповідає $u_m = 256.758$ (рис.6).

$$\frac{5000}{u_m \cdot \cos(\theta_m)} = 32.623$$

$$t3 := 0, 0.05 .. 32.623$$

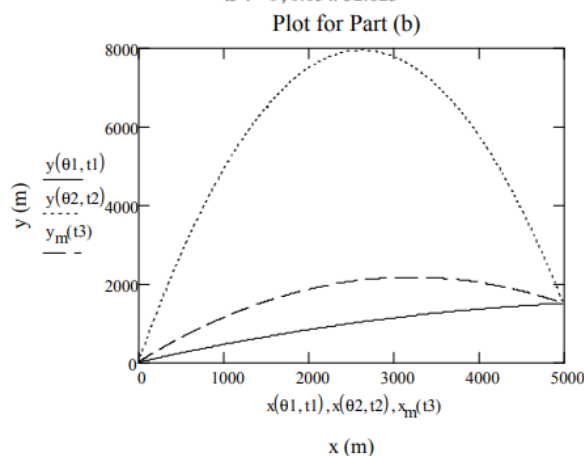


Рис. 6. Графіки траєкторій руху снаряду, що відповідають значенням θ_1 та θ_2 і найменшій початковій швидкості

тіла. Розглянемо інший приклад, коли необхідно знайти таку екстремальну величину як максимальне значення підйому

Задача 2. Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю $v_0 = 20 \text{ м/с}$.

- 1) Визначити, у який момент часу t_{\max} тіло підніметься на максимальну висоту і значення цієї висоти H_{\max} .
- 2) Визначити, в який момент часу t_0 тіло впаде на землю.

Висота підйому тіла $H(t)$ визначається наступним виразом:

$$H(t) = V_0 t - \frac{g}{2} t^2.$$

Для знаходження t_{\max} сформулюємо наступну оптимізаційну задачу: знайти час t_{\max} , для якого функція $H(t)$ приймає максимальне значення. Для розв'язання такої задачі використовується функція *Maximize*. На рис. 7 наведено фрагмент документа MathCAD, в якому розв'язується розглянута задача. Спочатку задача розв'язується графічно, визначаються наближені розв'язки задачі.

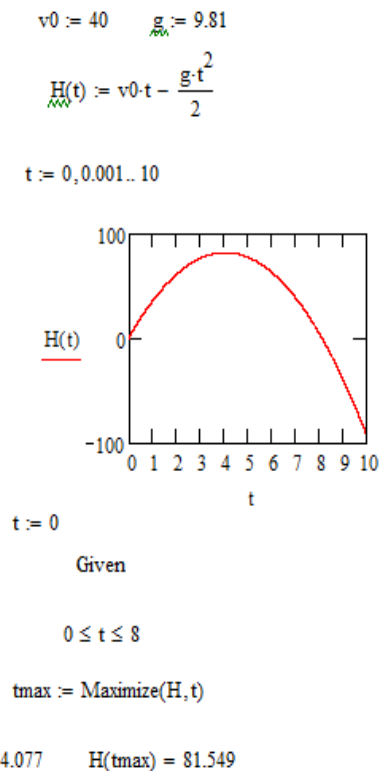


Рис. 7. Фрагмент документа MathCAD, в якому розв'язується задача 2

З графіка функції $H(t)$ знаходимо інтервал часу, за якого тіло досягає максимальної висоти, і вносимо цю інформацію в блок **Given** нерівності $0 < t < 8$. У двох останніх рядках документа MathCAD (рис.7) представлено розв'язок оптимізаційної задачі, і знаходиться максимальна висота підйому тіла.

Дамо відповідь на друге питання задачі 2. Визначити, в який момент часу t_0 тіло впаде на землю. Значення t_0 будемо знаходити як розв'язок рівняння $H(t_0)$ при обмеженні $t > 6$ (яке взято з графіка $H(t)$ (рис. 8). Для розв'язування рівняння використовуємо функцію **root**, звернення до якої стоїть в блоці **Given**.

$$\begin{aligned}
 v_0 &:= 40 & g &:= 9.81 \\
 H(t) &:= v_0 \cdot t - \frac{(g \cdot t)^2}{2} \\
 t &:= 6 \\
 \text{-----} \\
 \text{Given} \\
 t &> 6 \\
 H(t) &= 0 \\
 t_0 &:= \text{root}(H(t), t) \\
 t_0 &= 0.831 & H(t_0) &= -4.263 \times 10^{-14}
 \end{aligned}$$

Рис. 8. Розв'язання задачі 2 в Mathcad

У останньому рядку документа (рис. 8) робимо перевірку знайденого кореня, що показує високу точність обчислення розв'язку рівняння $H(t_0)$ при обмеженні $t > 6$.

Таким чином в процесі розв'язування фізичної задачі 2 за допомогою системи комп'ютерної математики виконувались такі етапи: побудова графіка висоти підйому, розв'язування оптимізаційної задачі, розв'язування нелінійного рівняння.

Слід відзначити, що виконувані дії з представленням на робочому аркуші Mathcad дозволяють зробити аналіз проміжних етапів. Зокрема аналіз графіка дозволив знайти інтервал часу, на якому тіло досягає максимальної висоти. Отже доцільність використання систем комп'ютерної математики під час розв'язання задач фізики не викликає сумніву.

ОБГОВОРЕННЯ

В процесі розв'язування фізичних задач, за допомогою системи комп'ютерної математики Mathcad виконувались такі етапи: розв'язування лінійних і нелінійних рівнянь і систем в чисельному і символічному вигляді; побудова графіків різних кінематичних величин; чисельне і символічне диференціювання та інтегрування; пошук максимуму і мінімуму (в тому числі умовного) функції. Це дало змогу спростити процес розв'язування, зосередитись на фізичній суті задачі, а не на математичних розрахунках.

Дослідження ефективності використання програмного пакету Mathcad при вивченні навчальної дисципліни «Фізика» розділу «Кінематика» дає підстави стверджувати, що студенти демонструють підвищену зацікавленість при розв'язуванні задач і розумінні навчального матеріалу в цілому. Як показує досвід, студенти з ентузіазмом сприймають розв'язування задач, пов'язаних з використанням системи комп'ютерної математики Mathcad, що стимулює у них прояв самостійності, дослідницьких мотивів, творчих моментів у мисленні, сміливих інтуїтивних здогадок.

Анкетування студентів після впровадження у навчальний процес системи комп'ютерної математики Mathcad показало, що 87% респондентів відмітили економію навчального часу завдяки візуалізації фізичних задач та зменшенню часу, відведеного на їх обчислення; 91% вважають, що навчальний матеріал стає зрозумілішим і доступнішим.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Впровадження системи комп'ютерної математики Mathcad під час вивчення природничих дисциплін на прикладі навчальної дисципліни «Фізика» показало його ефективність, адже широкий набір можливостей даного програмного пакету дає змогу ефективно розв'язувати задачі різного рівня складності, сприяє більш глибокому розумінню фізичних законів і явищ як під час аудиторних занять, так і при самостійному опрацюванні.

Таким чином, використання системи комп'ютерної математики Mathcad на практичних заняттях сприяє отриманню навичок аналізу та пошуку оптимальних рішень не тільки при вивченні навчальної дисципліни «Фізика», а й при вирішенні професійних завдань, що підвищує зацікавленість студентів до вивчення дисциплін природничого та професійного спрямування, покращує результати навчальних досягнень.

Наші подальші дослідження спрямовані на розробку дослідницьких задач при вивченні навчальних дисциплін «Фізика» та «Математика» з використанням систем комп'ютерної математики з метою формування у студентів науково-дослідницької компетентності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Dydenchuk, A. F., & Khalanchuk, L. V. (2020). Application of Mathcad environment in the general course of physics at preparation of experts of engineering specialties. *Engineering and Educational Technologies*, 8 (4), 40–50.
2. Эрдниев, П.М., & Эрдниев, Б.П. (1986). *Укрупнение дидактических единиц в обучении математике*. М: Просвещение.
3. Єфименко, С.М. (2018). Засоби Mathcad у навчальному фізичному експерименті. *Фізико-математична освіта*, 1(15), 195-199. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2018-015-1-036>
4. Жалдак, М.І. (2003). *Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителів*. К.: РННЦ "Дініт".
5. Заболотний, В. Ф. (2006). Використання демонстраційних комп'ютерних моделей при навчанні методики вивчення хвильової оптики. *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна*, 12, 110-113.
6. Закон України "Про концепцію національної програми інформатизації". <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/75/98-%D0%B2%D1%80#Text>.
7. Ковальчук, М.Б. (2019). Моделювання задач математичної фізики в системі комп'ютерної математики Maple. *Фізико-математична освіта*, 2(20), 40-47. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-007>
8. Корнійчук, О.Е. (2016). Вивчення похідної разом із Maple. *Фізико-математична освіта*, 3(9), 61-69. <https://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/publ/3-1-0-93>
9. Кравченко, І. В., & Микитенко, В. І. (2018). Інформаційні технології: Системи комп'ютерної математики : навч. посіб. для студ. спеціальності «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/22913>
10. Мілюкова, І.Р. (2019). Застосування математичного пакету MathCAD при розв'язанні задач з фізики. *Фізико-математична освіта*, 2(20), 99-106. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-016>
11. Сосницька, Н.Л. (2001). Засоби реалізації нових педагогічних технологій у навчальному процесі з фізики. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*, 34, 236-241.
12. Тишук, В. І., Семешук, І. Л., & Мислінчук, В. О. Вивчення властивостей електростатичного поля з використанням інформаційно-комунікаційних технологій. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 5 : Педагогічні науки : реалії та перспективи : зб. наук. праць*, 48, 210-217.
13. Хрипко, Т. Є. (2018). Програмні засоби комп'ютерної математики. Міжнародна науково-методична Інтернет-конференція «Проблеми математичної освіти: виклики сучасності» (с. 345-348). ВНТУ.
14. Чорнобай, К. Г. (2014). Моделювання фізичної ситуації при формуванні практичної компетентності учнів з розв'язування фізичних задач. *Наукові записки. Серія: проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти*, 5(1), 179-184.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Dydenchuk, A. F., & Khalanchuk, L. V. (2020). Application of Mathcad environment in the general course of physics at preparation of experts of engineering specialties. *Engineering and Educational Technologies*, 8 (4), 40–50.
2. Erdniyev, P.M., & Erdniyev, B.P. (1986). *Ukrupneniye didakticheskikh yedinit v obuchenii matematike [Consolidation of didactic units in teaching mathematics]*. Moscow: Prosveshcheniye (in Russian).
3. Efimenko, S.M. (2018). Zasoby Mathcad u navchalnomu fizychnomu eksperymenti [Means Of Mathcad In The Educational Physical Experiment] *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 1(15), 195-199. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2018-015-1-036> (in Ukrainian).
4. Zhaldak, M.I. (2003). *Komp'yuter na urokakh matematyky: Posibnyk dlya vchyteliv [Computer in math lessons: a teacher's guide]*. Kyiv: RNNC "Dinit" (in Ukrainian).
5. Zabolotny, V.F. (2006). Vykorystannya demonstratsiynykh komp'yuternykh modeley pry navchanni metodyky vyvchennya khvyly'ovoyi optyky [Use of demonstration computer models in teaching methods of studying wave optics]. *Zbirnyk naukovykh prats Kamianets-Podil'skoho natsionalnoho universytetu imeni Ivana Ohienka. Seriya pedahohichna – Pedagogical Education: Theory and Practice: Collection of research papers Kamianets-Podil'skyi Ivan Ohienko National University; Institute of Pedagogy of NAES of Ukraine*, 12, 110-113. (in Ukrainian).
6. Zakon Ukrainy "Pro koncepciju nacional'noji prohramy informatyzaciji" [Law of Ukraine" About the concept of the national program of informatization"]. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/75/98-%D0%B2%D1%80> (in Ukrainian).
7. Kovalchuk, M.B. Modeliuvannya zadach matematychnoi fizyky v systemi kompiuternoї matematyky Maple [Modeling The Mathematical Physics Problem In The Computer Mathematics System Maple]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 2(20), 40-47. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-007> (in Ukrainian).
8. Korniychuk, O. E. (2016). Vychennya pokhidnoyi razom iz Maple [Studying of the derivative together with Maple]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 3(9), 61-69. <https://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/publ/3-1-0-93> (in Ukrainian).
9. Kravchenko, I.V., & Mykytenko, V.I. (2018). *Informatsiyni tekhnolohiyi: Systemy komp'yuternoyi matematyky [Information Technology: Computer Mathematics Systems]*. Kyiv: NTUU KPI. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/22913> (in Ukrainian).
10. Miliukova, I. (2019). Zastosuvannya matematychnoho paketu MathCAD pry rozv'iazanni zadach z fizyky [Application The Mathematical Package Of Mathcad For Solving Tasks In Physics]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 2(20), 99-106. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2019-020-2-016> (in Ukrainian).
11. Sosnytska, N.L. (2001). Zasoby realizatsiyi novykh pedahohichnykh tekhnolohiy u navchal'nomu protsesi z fizyky [Means of realization of new pedagogical technologies in educational process on physics]. *Naukovi zapysky. Seriya: Pedahohichni nauky – Scientific notes. Series: Pedagogical Sciences*, (34), 236-241. (in Ukrainian).
12. Tishchuk, V.I., Semeschuk, I.L., & Myslinchuk, V.O. (2014). Vychennya vlastyvostey elektrostatychnoho polya z vykorystanniam informatsiyno-komunikatsiynykh tekhnolohiy [Study of electrostatic field properties using information and communication technologies]. *Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Drahomanova. Seriya 5 : Pedahohichni nauky : realii ta perspektyvy : zb. nauk. prats – Scientific journal of M.P. Dragomanov National Pedagogical University. Series 5 Pedagogical Sciences: Realities and Perspectives*, 48, 210-217. (in Ukrainian).
13. Hrypko, T.E. (2018). Prohramni zasoby komp'yuternoyi matematyky [Computer mathematics software]. *Mizhnarodna naukovo-metodychna Internet-konferentsiia «Problemy matematychnoi osvity: vyklyky suchasnosti» – International Scientific and Methodological Internet Conference "Problems of Mathematical Education: Challenges of the Present"* (pp. 345-348). Vinnytsia: VNTU (in Ukrainian).
14. Chornobay, K.G. (2014). Modelyuvannya fizychnoyi sytuatsiyi pry formuvanni praktychnoyi kompetentnosti uchniv z rozv'yazuvannya fizychnykh zadach [Modeling of a physical situation at formation of practical competence of pupils on the decision of physical problems]. *Naukovi zapysky. Seriya: problemy metodyky fizyko-matematychnoi i tekhnolohichnoi osvity – Proceedings. Series: Problems of methods of physical-mathematical and technological education*, 5(1), 179-184. (in Ukrainian).

