

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



<https://fmo-journal.org/>

Грабова У.З., Товкач Р.В., Харкевич Ю.І. Впровадження проєктних технологій в процесі розв'язування екстремальних задач за допомогою елементів функціонального аналізу. Фізико-математична освіта. 2021. Випуск 4(30). С. 34-39.

Hrabova U., Tovkach R., Kharkevych Yu. The implementation of project technologies in the process of solving extreme tasks using elements of functional analysis. Physical and Mathematical Education. 2021. Issue 4(30). P. 34-39.

DOI 10.31110/2413-1571-2021-030-4-005

УДК 378+517: 371

У.З. Грабова

Волинський національний університет імені Лесі Українки, Україна
 hrabovaUZ@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4669-4955>

Р.В. Товкач

Волинський національний університет імені Лесі Українки, Україна
 rtovkach@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7358-7277>

Ю.І. Харкевич

Волинський національний університет імені Лесі Українки, Україна
 kharkevich.juriy@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8577-5096>

ВПРОВАДЖЕННЯ ПРОЄКТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛЕМЕНТІВ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. Реформування української школи вимагає зміни рольових позицій сучасного педагога. Таким чином, актуалізується проблема інноваційної організації, пошуку нового інструментарію і технологій для підготовки вчителя математики за програмами бакалавра і магістра у ЗВО. Для підготовки майбутніх фахівців необхідно звертати увагу на два виміри результатів підготовки: предметні знання, уміння, навички, досвід виконання способів діяльності, предметні компетентності, та суб'єктні результати – досвід виконання творчої діяльності, загальнонавчальні уміння, ключові компетентності. У системі професійної підготовки майбутніх учителів математики робота над проєктами посідає важливе місце. Саме реалізація методу проєктів дає можливість інтегрувати одержані знання, а також розвивати пізнавальні, творчі навички студентів.

Матеріали і методи. У процесі проведення дослідження було проаналізовано та узагальнено методичну літературу по проблемі дослідження; класифіковано і систематизовано отриману інформацію та досвід авторів з організації та проведення занять з методики викладання математики та функціонального аналізу.

Результати. Наведено приклад проєкту реалізації знань фундаментальної математичної дисципліни «Функціональний аналіз» в ході розв'язування екстремальних задач шкільного курсу математики, що передбачає модернізацію змісту професійної підготовки майбутніх математиків.

Висновки. Впровадження проєктних технологій при вивченні фундаментальних математичних дисциплін забезпечує формування професійного фахівця, який володіє предметними знаннями та сучасними практиками, технологіями, методиками, формами і методами роботи на засадах інноваційних освітніх підходів. При цьому студенти проводять самостійні дослідження, вирішують актуальні проблеми; навчання студентів проходить відповідно до їхніх здібностей, що сприяє налагодженню взаємодії між суб'єктами навчання. Описану методику можна застосувати і при вивченні інших фундаментальних математичних дисциплін, що сприятиме професійному розвитку майбутніх педагогів і дасть можливість зацікавити учнів вивчати математику і проводити наукові дослідження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод проєктів, проєктна технологія, функціональний аналіз, екстремальна задача, нерівність Коші-Буняковського.

ВСТУП

Постановка проблеми. В контексті концепції Нової української школи передбачається нова роль вчителя – умотивований учитель, який має свободу творчості і розвивається професійно. Отже, університети, що готують майбутніх

педагогів повинні формувати перш за все їх професійну компетентність. Актуальність та ціннісна проблематика застосування проектного методу виявляється в його прикладному аспекті, оскільки навчання предметів природничо-математичного циклу потребує не тільки визначення предметних та ключових компетентностей школярів, але й застосування ефективних засобів їх передачі молоді.

Аналіз актуальних досліджень. На сучасному етапі розвитку і реформування освіти метод проектів набув широкого застосування (Єрмаков, 2003, Голубченко, 2007) і ефективно поширюється на всіх щаблях шкільної та вищої освіти, хоча метод педагогічного проектування не є принципово новим у світовій педагогіці і застосовувався як у закордонній (Дж. Дьюї та В. Х. Килпатрік) (Килпатрік, 1925) так і у вітчизняній дидактиці (П. Каптерев, П. Блонський, А. Макаренко, С. Шацький).

Є. Полат (Полат&Бухаркіна, 2007) як провідний розробник теорії проектного навчання використовує поняття «метод проектів», сутність якого трактує як спосіб досягнення дидактичної мети на основі детальної розробки проблеми (технології), яка мусить завершитись цілком реальним, відчутним практичним результатом.

М. Запрудський розглядає метод проектів як систему навчально-пізнавальних прийомів, які дозволяють розв'язати певну проблему в результаті самостійної чи колективної діяльності студентів

Л. Іванова визначає метод проектів як практико-орієнтований метод, що дає змогу вчителю цілеспрямовано вибудувати навчально-виховний процес у школі.

В. Моторіна (Моторіна, 2001) розглядає проектну компетентність майбутнього вчителя математики: предметні знання й уміння, та відповідні знання і уміння пов'язані з проектуванням навчальної діяльності під час вивчення методики навчання математики, досвіду особистісних якостей вчителя діалектичний перебіг яких забезпечує ефективність та результативність педагогічної дії.

Проектна технологія орієнтована на самореалізацію особистості учня шляхом розвитку його інтелектуальних і фізичних можливостей, вольових якостей і творчих здібностей розкривається у наукових працях А. Хромової та Н. Матяш (Матяш, 2000).

О. Рибіна, І.Чечель (Чечель, 1998) під методом проектів розуміють освітню технологію, націлену на придбання учнями нових знань в тісному зв'язку з реальною життєвою практикою, формування у них специфічних умінь і навичок за допомогою системної організації проблемно-орієнтованого учбового пошуку.

А.В. Хуторський відносить метод проектів до евристичного методу.

Т. Матвеева, Е. Міщенко дотримуються думки, що метод проектів – це система навчання, при якій учні набувають знання в процесі планування і виконання практичних завдань, що поступово ускладнюються, – проектів.

Мета статті. Метою статті є розкриття алгоритму проектної діяльності у процесі формування професійної компетентності майбутніх учителів математики на базі вивчення фундаментальних математичних дисциплін, зокрема функціонального аналізу.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Теоретичні та емпіричні методи дослідження: вивчення наукових джерел; аналіз методологічної літератури, структурно-логічний аналіз змісту навчального процесу, спостереження за процесом підготовки майбутніх учителів у ЗВО.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Назва проекту: *«Застосування нерівності Коші-Буняковського як один із методів розв'язування екстремальних задач».*

Проведені проекти сприяють набуттю та вдосконаленню професійних компетентностей, необхідних для здійснення педагогічної діяльності.

Вибір теми проекту обумовлений тим, що саме екстремальні задачі закладають в свідомість учнів розуміння того, як людина шукає, вирішує життєві задачі так, щоб результати її діяльності були найкращі. Розв'язуючи задачі вказаного типу, учні сприймають абстрактний характер математичних понять, а також їх прикладний характер. Вибираючи тему проекту спиралися на знаходження найбільшого значення виразу. По-друге, це дає можливість закріпити коло теоретичних питань, які вивчаються у функціональному аналізі, по-новому висвітлити відомі факти. Задачі на екстремум та способи їх розв'язування викликають великий інтерес, що пов'язаний з прагненням людини до досконалості; розвивають в учнів інтерес до дослідницької роботи, творчу активність, сприяють прикладному застосуванню математики, адже досить часто людина повинна прийняти певне рішення, враховуючи оптимальні умови. Показано як нерівності можуть слугувати важливим допоміжним засобом, що дає змогу забезпечити міцне і свідоме оволодіння системою математичних знань і вмінь достатніх для вивчення багатьох навчальних предметів загальноосвітньої школи, отримати якісну професійну освіту на різних етапах навчання.

Якщо розглядати тенденцію проектної діяльності, то можна побачити, що студентам пропонується створення презентації в редакторі презентацій (Microsoft Power Point, Microsoft Word або LaTeX), що забезпечить активну участь студентів в процесі навчання, індивідуальний підхід, наочність в представленні інформації.

Розглянемо етапи роботи над проектом «Застосування нерівності Коші-Буняковського як один із методів розв'язування екстремальних задач».

Тип проекту:

- За метою та характером проектної діяльності – дослідницько-пошуковий.
- За змістом – ознайомлювально-інформаційний, пошуковий.
- За кількістю учасників – груповий.
- За терміном виконання – короткотривалий.

Навчальні дисципліни – «Функціональний аналіз», курс шкільної математики.

Методи: «Коло ідей», «Броунівський рух».

Завдання:

План реалізації проекту передбачає застосування нерівності Коші-Буняковського до знаходження екстремального значення виразів. На етапі подання результатів проекту група студентів повинна створити звіт про результати виконання завдань проекту у вигляді презентації, із відповідним обґрунтуванням одержаних результатів.

При якому значенні параметра a найбільше значення виразу

$$a \sin(x + y) + 4 \cos(x + y) + \sqrt{2} \sin y + a \cos y$$

дорівнює 10.

До звіту ставилися відповідні вимоги, які ми презентуємо наступним чином.

Мета даного проекту:

1. Систематизувати теоретичні знання з дисципліни «Функціональний аналіз» з їх практичним застосуванням при розв'язуванні екстремальних задач.
2. Розвивати творчі здібності, критичне мислення, навички аналізу та рефлексії, комунікативні уміння.
3. Виховувати активну громадську позицію на основі національних і загальнолюдських духовних цінностей.

Очікувані результати: Підвищення якості знань, умінь, і навичок студентів в їхній майбутній професійній діяльності. Вироблення навичок дослідницької діяльності; вміння складати план, тези виступу; висловлювати критичні судження, думки. Підвищити активність студентів/учнів як суб'єктів освітнього процесу, посилити роль самоосвіти, самонавчання, саморозвитку; цілеспрямовано формувати базові компетентності, ключові компетенції. Формування культури ділового спілкування, уміння аргументовано доводити свої міркування.

Послідовність роботи над проектом:**1. Висування гіпотези.**

- Обговорити план роботи над проектом.
- Підготувати план роботи над проектом.

2. Пошук, аналіз, систематизація відомостей, створення банку джерел і ресурсів.

- Відшукати потрібні поняття та їх властивості.
- Шукаємо матеріали, пов'язані з цими поняттями.

3. Проведення дослідження

3.1. Створюємо багаж теоретичних знань, який одержали під час вивчення дисципліни «Функціональний аналіз» і є необхідний для доведення даної нерівності.

Для доведення нерівності скористаємося нерівністю Коші-Буняковського, що зв'язує норму та скалярний добуток векторів векторного простору. Нерівність Коші-Буняковського іноді, особливо в іноземній літературі, називають *нерівністю Шварца* і *нерівністю Коші-Буняковського-Шварца*.

Нормою у векторному просторі X над полем $K = R$ або C називають відображення $\|\cdot\|: X \rightarrow R$, що задовольняє наступним умовам:

1. $\|x\| \geq 0$; $\|x\|=0 \Leftrightarrow x = 0, x \in X$ (невід'ємність).
2. $\|\lambda * x\| = |\lambda| * \|x\|, x \in X, \lambda \in R$ (однорідність).
3. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|, x, y \in X$ (нерівність трикутника).

Розглянемо довільний векторний простір X над полем $K = R$ або C . *Скалярним добутком* на просторі X називають функцію

$$(x, y) \rightarrow \langle x, y \rangle: X^2 \rightarrow K,$$

яка має такі властивості:

- E₁. $\langle x_1 + x_2, y \rangle = \langle x_1, y \rangle + \langle x_2, y \rangle$;
- E₂. $\langle \lambda x, y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle$;
- E₃. $\langle y, x \rangle = \overline{\langle x, y \rangle}$;

E₄. $\langle x, x \rangle \geq 0$ і $\langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$, що виконуються для довільних векторів x, x_1, x_2, y з простору X і довільного скаляра $\lambda \in K$.

Зауважимо, що для дійсного числа λ маємо $\lambda = \bar{\lambda}$, отже, при $K = R$ властивість E₃ має вигляд: $\langle y, x \rangle = \langle x, y \rangle$, що означає симетричність функції $\langle x, y \rangle$.

Векторний простір X , на якому задано скалярний добуток, $\langle \cdot, \cdot \rangle$, називається *передгільбертовим* простором або простором зі скалярним добутком.

Для довільних векторів x, y із передгільбертового простору виконується наступна нерівність:

$$|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \cdot \|y\|, \quad (1)$$

яку називають нерівністю Коші-Шварца.

Причому рівність виконується лише у випадку, коли вектори x, y лінійно залежні.

Запишемо нерівність (1) в лінійному просторі R^n .

Скалярний добуток векторів $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ і $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ в лінійному просторі R^n означимо за формулою

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \quad (2)$$

За допомогою нього введемо евклідову норму

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2} \quad (3)$$

на просторі R^n .

Тоді для дійсних чисел $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ виконується нерівність

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right). \quad (4)$$

Доведення. Очевидно, що

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i y_j - x_j y_i)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{j=1}^n y_j^2 + \sum_{j=1}^n x_j^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{j=1}^n x_j y_j.$$

Звівши подібні доданки одержимо

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i y_j - x_j y_i)^2 = 2 \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{j=1}^n y_j^2 - 2 (\sum_{i=1}^n x_i y_i)^2,$$

звідки

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i y_j - x_j y_i)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{j=1}^n y_j^2 - (\sum_{i=1}^n x_i y_i)^2.$$

Оскільки $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i y_j - x_j y_i)^2 \geq 0$, то звідси випливає справедливість нерівності (4).

Зауважимо, що рівність в (4) досягається тоді і тільки тоді, коли числа x_i, y_i пропорційні. Якщо $x_i \neq 0, y_i \neq 0$, то $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_n}{y_n}$; якщо ж одне із чисел x_i, y_i дорівнює нулю, то пропорційність означає, що існує таке число $\lambda \neq 0$, що $x_1 = \lambda y_1, x_2 = \lambda y_2, \dots, x_n = \lambda y_n$.

Покладемо $x_i = \sqrt{\frac{a_i^2}{b_i}}, y_i = \sqrt{b_i}$, де a_i, b_i – додатні дійсні числа. Тоді одержимо нерівність

$$\left(\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \right) \geq \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2}{(b_1 + b_2 + \dots + b_n)}, \quad (5)$$

яка досить часто застосовується при розв'язуванні нерівностей математичних олімпіад.

3.2. Застосуємо нерівність Коші-Буняковського до розв'язування екстремальної задачі.

З (4) запишемо нерівність Коші-Буняковського для чотирьох наборів чисел $(x_1; x_2; x_3; x_4)$ і $(y_1; y_2; y_3; y_4)$

$$(x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4)^2 \leq (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2). \quad (6)$$

Врахувавши (6) для наборів $(a; 4; \sqrt{2}; a)$ та $(\sin(x+y); \cos(x+y); \sin y; \cos y)$ одержимо

$$(a \sin(x+y) + 4 \cos(x+y) + \sqrt{2} \sin y + a \cos y)^2 \leq 2(2a^2 + 18),$$

звідки

$$|a \sin(x+y) + 4 \cos(x+y) + \sqrt{2} \sin y + a \cos y| \leq \sqrt{2} \sqrt{2a^2 + 18}. \quad (7)$$

Таким чином, найбільше значення даного виразу приймає значення $\sqrt{2} \sqrt{2a^2 + 18}$.

Оскільки найбільше значення виразу дорівнює 10, то

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \sqrt{2a^2 + 18} &= 10, \\ 2a^2 + 18 &= 50, \\ a^2 &= 16, \\ a &= \pm 4. \end{aligned}$$

Рівність в (7) досягається за умови пропорційності

$$\frac{\sin(x+y)}{a} = \frac{\cos(x+y)}{4} = \frac{\sin y}{\sqrt{2}} = \frac{\cos y}{a} > 0,$$

то очевидно, що для кожного із значень параметра $a = \pm 4$ завжди можна підібрати такі невідомі (x, y) , що вказаний вираз набуває найбільшого значення 10.

ВИСНОВКИ НА ОСНОВІ ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ

Робота над проектом дозволяє перевірити знання і показати публічно досягнутий результат. Це діяльність, спрямована на розв'язування цікавої проблеми, що носить практичний характер, має важливе застосування. Багато завдань зі шкільного курсу учням не зрозуміло з тих причин, що вони не мають необхідної теоретичної бази, не вміють систематизувати і узагальнювати. Коли вчитель застосовує метод проектів, то цим самим нашоухе дітей на ті види діяльності, де на практиці застосовується вивчений ними раніше чи здобутий під час проекту багаж теоретичних знань. Як показує практика проведення уроків в закладах середньої освіти, матеріал, який учні розуміють легше сприймається і з більшою охотою вивчається учнями, а це спонукає учнів до самостійної пошукової діяльності, творчості, оволодіння прийомами активного мовленнєвого спілкування, постановки й вирішення навчальних проблем.

ОБГОВОРЕННЯ

Формування професійної компетентності майбутніх учителів математики є актуальним, бо саме під час навчання закладаються основи для професіоналізму, формуються вміння самостійної діяльності у вибраній галузі. Тому перед викладачами ЗВО ставиться завдання знайти форми, методи і засоби навчання, що забезпечують більш широкі можливості розвитку, саморозвитку і самореалізації особистості.

Вивчаючи педагогічні дослідження приходимо до висновку, що процес проектування розглядається як один із основних механізмів здійснення та розвитку інноваційної діяльності та як вид творчості, який включає моделювання, прогнозування та аналітичне оцінювання.

Крім того, метод проектів дозволяє підготувати кваліфікованих фахівців у сфері середньої освіти, які володіють системою знань з математики, методики навчання, у яких сформовані загальні, спеціальні, професійні компетентності, що дозволяє навчати учнів на високому науково-методичному рівні, поєднуючи традиційні та інноваційні технології та методики навчання, які самі здатні до навчання і самовдосконалення протягом життя.

В процесі проведення дослідження студентам було важко знайти комплексний підхід, що передбачає цілеспрямоване формування навичок репродуктивної і творчої діяльності.

В запропонованих дослідженнях автори намагалися застосувати дві взаємодоповнюючих логіки: логіки навчання предмету і логіки розвитку студентів за допомогою предмету.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Результатом проведеного дослідження є формування професійної компетентності майбутніх вчителів математики через впровадження проектних технологій завдяки вдалому поєднанню теоретичних знань, одержаних в процесі вивчення фундаментальної математичної дисципліни «Функціональний аналіз» та її практичного застосування для розв'язання завдань шкільного курсу математики. Крім того, метод проектів відповідає цілям математичної освіти і дозволяє розвивати творчі здібності, активність, самостійність, креативність, гнучкість мислення і розкрити творчий та інтелектуальний потенціал студента, тобто готує майбутнього педагога, який уміє створювати розвивальне освітнє середовище і який успішно впроваджує як традиційні, так і новітні методики, технології та прийоми. А коли майбутній вчитель кваліфікований, йому можна давати автономію і він готовий нею скористатися.

Описану методику можна застосувати і при вивченні інших фундаментальних математичних дисциплін, що сприятиме професійному розвитку майбутніх педагогів, а учнів буде спонукати до проведення наукових досліджень.

Список використаних джерел

1. Енциклопедія освіти. Акад. пед. наук України / голов. ред. В.Г. Кремень. Київ: Юрінком Інтер, 2008. 1040 с.
2. Килпатрик В.Х. Метод проектов. Применение целевой установки в педагогическом процессе / пер. с 7-го англ. изд. Е.Н. Янжул; с предисл. Н.В. Чехова. Л.: Блокгауз-Ефрон, 1925. 43 с.
3. Колингс Е. Опыт работы американской школы по методу проектов. Москва: Новая Москва, 1926. 239 с.
4. Матяш Н.В. Психология проектной деятельности школьников: дис. ... д-ра психол. наук: 19.00.07 / Брянский государственный педагогический университет имени академика И.Г. Петровского. Брянск, 2000. 385 с.
5. Метод проектів: традиції, перспективи, життєві результати: практико зорієнтований збірник / наук. ред. І. Г. Єрмаков. Київ: Департамент, 2003. 500 с.
6. Михайленко Л.Ф. Теорія та практика формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерства педагогічного університету та школи: монографія / науковий редактор д.пед.н., проф. О.І. Матяш. Вінниця: ТВОРИ, 2020. 420 с.
7. Моторіна В.Г. Технології навчання математики в сучасній школі: монографія, Харків: Лемінги, 2001. 262 с.
8. Полат Е.С., Бухаркіна М.Ю. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: Учебное пособие. Москва: Академия, 2007. 368 с.
9. Полат Е.С., Бухаркіна М.Ю., Моисеева М.В., Петров А.Е. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учебное пособие; Под ред. Е. С. Полат. Москва: Академия, 1999. 224 с.
10. Проектна діяльність у школі / упоряд. М. Голубченко. Київ: Шк. світ, 2007. 128 с.
11. Серватинська Н. Метод проектів як спосіб виховання в учнів особистісних навичок. *Сучасна школа України*, 2017. № 1. С. 28-33.
12. Усик О. Запровадження нових технологій у традиційну систему навчання методом проектів. *Математика в сучасній школі*, 2012. №1. С. 33-39.
13. Харкевич Ю.І., Коренков М.Є. Функціональний аналіз (теорія і вправи): Навчальний посібник. Луцьк: СПД Гадяк Жанна Володимирівна, друкарня «Волиньполіграф», 2015. – 248 с.
14. Чечель І.Д. Метод проектов, или Попытка избавить учителя от обязанностей всезнающего оракула. *Директор школы*, 1998. №3. С. 11-16.

References

1. Kremen, V. H. (Ed.) (2008) *Entsyklopediia osvity. Akad. ped. nauk [Encyclopedia of Education]*. Kyiv: Jurinkom Inter [in Ukrainian].
2. Kilpatrik, V.Kh. (1925) *Metod proektov. Primenenie tselevoy ustanovki v pedagogicheskom protsesse [Foundations of Method. Informal Talks on Teaching]* (E.N. Yanzhul; s predisl. N.V. Chehova Trans). L.: Blokhaus-Efron [in Russian].
3. Collings, E. (1926) *Opyt raboty amerikanskoj shkoly po metodu proektov [Experience of the American School on the Project Method]*. Moscow [in Russian].
4. Matyash, N.V. (2000) *Psikhologiya proektnoy deyatel'nosti shkolnikov: [Psychology of project activity of schoolchildren]: Doctor's thesis*. Bryansk: Bryansk state university named after academician I.G. Petrovsky [in Russian].
5. Yermakov, I.G. (Ed.) (2003) *Metod proektiv: tradytsii, perspektivy, zhyt'tyevi rezultaty [Method of projects: traditions, prospects, life results]: practice-oriented collection*. Kyiv: Department [in Ukrainian].
6. Mykhailenko, L.F. (2020). *Teoriia ta praktyka formuvannia metodychnoi kompetentnosti vchytelia matematyky v umovakh partnerstva pedahohichnoho universytetu ta shkoly: monohrafiia [Theory and practice of formation of methodical competence of the teacher of mathematics in the conditions of partnership of pedagogical university and school: monograph] (prof. O.I. Matiash. (Ed.))* Vinnytsia: TVORY [in Ukrainian]. Vinnytsia
7. Motorina, V.G. (2001). *Tekhnolohii navchannia matematyky v suchasnyy shkoli: monohrafiia [Technologies of teaching mathematics in the modern school: monograph]*. Kharkiv: Leminyh [in Ukrainian].
8. Polat, E.S., & Buharkina, M. Yu. (2007). *Sovremennyye pedagogicheskiye i informatsionnyye tekhnologii v sisteme obrazovaniya [Modern pedagogic and information technologies in the education system]: Moscow: Academy [in Russian]*.
9. Polat, E.S., Buharkyna, M.Yu., Moiseeva, M.V., & Petrov, A.E. (1999). *Novyye pedagogicheskiye i informatsionnyye tekhnologii v sisteme obrazovaniya Ucheb. Posobie [New pedagogical and informational technologies in education system: textbook]*. (Polat, E.S. (Ed.)). Moscow: Akademiya [in Russian].
10. Holubchenko, M. (Comp.) (2007). *Proektna diialnist u shkoli [Project activities at school]*. *Shkilnyi svit – School World* [in Ukrainian].
11. Servatynska, N. (2017). *Metod proektiv yak sposib vykhovannia v uchniv osobystisnykh navychok [Project method as a way of training in pupils personal skills]*. *Suchasna shkola Ukrainy – Modern school of Ukrainian*. 1. 28-33 [in Ukrainian].

12. Usyk, O. (2012). Zaprovadzhennia novykh tekhnolohii u tradytsiinu systemu navchannia metodom proektiv [Introduction of new technologies in the traditional system of teaching by the method of projects]. *Matematyka v suchasni shkoli – Mathematics in modern schools* [in Ukrainian].
13. Kharkevych, Yu.I., & Korenkov, M.Ie. (2015). Funktsionalnyi analiz (teoriia i vpravu): [Functional analysis (theory and exercises)]: Navchalnyi posibnyk. Lutsk: PD Ha-diak Zhanna Volodymyrivna, drukarnia «Volynpolihraf» [in Ukrainian].
14. Chechel, I.D. (1998). Metod proyektov, ili Popytka izbavit' uchitelya ot obyazanostey vseznayushchego orakula [The method of projects or an attempt to relieve the teacher of the duties of an all-knowing oracle]. *Direktor shkoly – The School Director* [In Russian].

THE IMPLEMENTATION OF PROJECT TECHNOLOGIES IN THE PROCESS OF SOLVING EXTREME TASKS USING ELEMENTS OF FUNCTIONAL ANALYSIS

U.Z. Hrabova, R.V. Tovkach, Yu I. Kharkevych
Lesya Ukrainka Volyn National University, Ukraine

Abstract.

Formulation of the problem. *The reformation of the Ukrainian school requires a change of modern teacher's role positions. Thus, the problems of innovative organisation, search for new tools and technologies for the training of mathematics teachers in Bachelor's and Master's programs at universities are actualised. In order to train future professionals, it is necessary to pay attention to two dimensions of training results: subject knowledge, skills, abilities, experience in performing methods of activity, subject competencies, and subjective results - experience in creative activities, general educational skills, key competencies. In the system of professional training of future mathematics teachers, work on projects occupies an important place. It is the implementation of the project method that makes it possible to integrate the acquired knowledge, as well as to develop students' cognitive and creative skills.*

Materials and methods. *During the process of research, the methodological literature on the research problem was analysed and generalised; the research information and the experience of the authors in organizing and conducting classes on methods of teaching mathematics and functional analysis were classified and systematized.*

Results. *Here is the example of the project for the implementation of knowledge of the fundamental mathematical discipline "Functional Analysis" in the course of solving extreme tasks of the school course of mathematics, which involves the modernization of the content of professional training of future mathematicians.*

Conclusions. *The introduction of project technologies in the study of fundamental mathematical disciplines assures the formation of a professional who has knowledge of subject and modern practices, technologies, techniques, forms and methods of work on the basis of innovative educational approaches. At the same time, students conduct independent researches, solve current problems; students are trained according to their abilities, which helps to establish interaction between the subjects of study. The technique, described below, can be applied in the study of other fundamental mathematical disciplines, which will contribute to the professional development of future teachers and will give the opportunity to make the students interested in studying mathematics and conduct scientific researches.*

Key words: *project method, project technologies, functional analysis, extreme task, Cauchy-Bunyakovsky inequality.*

